

Определение коэффициентов влияния пазов на конечнo-элементных моделях

Возможность применения гармонического анализа к распределению поля в воздушном зазоре позволяет эффективно использовать конечно-элементные модели для оценки влияния ширины раскрытий пазов на амплитуды гармоник индукции. Аналитические формулы для расчета коэффициентов  $C_v$ , позволяющих произвести эту оценку, получены профессором Т.Г. Соколером [1] и приведены профессором А.В. Ивановым-Смоленским в его учебнике по электрическим машинам [2]. Формулы эти получены в предположении, что относительная магнитная проницаемость сердечников равна бесконечности, зубчатым является только один из сердечников, пазы которого имеют ширину, равную ширине раскрытия (шлица), второй сердечник – гладкий (в том случае, если он имеет зубчатость, она учитывается соответствующим увеличением зазора с помощью коэффициента Картера  $k_{\delta 2}$ )

Для того чтобы учесть влияние раскрытий пазов на амплитуды гармоник поля в зазоре, на коэффициент  $C_v$  следует умножить амплитуду МДС гармоники.

Ниже приводится фрагмент текста *MathCAD*'овского файла, иллюстрирующий некоторые возможности расчета и анализа коэффициентов  $C_v$ .

Расчет  $C_v$  ведется для трех вариантов трехфазной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу  $q$ , но с различными раскрытиями пазов зубчатого сердечника. Заданы: диаметр расточки,  $D_i = 114,6$  мм (при этом длина окружности расточки равна 360 мм), зазор,  $\delta = 0,2$  мм, число пар полюсов основной гармоники,  $p = 1$ , шаг – диаметральный ( $\beta_y = 1$ ).

## Расчет коэффициентов $C_{\text{пи}}$ для обмоток с целым $q$

Расчет ведется для трех вариантов

$$i := 1..3$$

$$m_{\text{ph}_{1,i}} := 3$$

$$D_{1,i} := 114.592 \cdot \text{мм}$$

$$Z_{1,i} := 12$$

$$b_{\text{ш}} := (10 \ 2.5 \ 0.2) \cdot \text{мм}$$

$$\delta''_{1,i} := 0.2 \cdot \text{мм}$$

$$p_{1,i} := 1$$

$$q_{1,i} := 2$$

$$\beta_{y_{1,i}} := 1$$

$$D_i = (114.592 \ 114.592 \ 114.592) \text{мм}$$

$$Z = (12 \ 12 \ 12)$$

$$b_{\text{ш}} = (10 \ 2.5 \ 0.2) \text{мм}$$

$$\delta'' = (0.2 \ 0.2 \ 0.2) \text{мм}$$

$$p = (1 \ 1 \ 1)$$

$$q = (2 \ 2 \ 2)$$

$$\beta_y = (1 \ 1 \ 1)$$

ограничимся семнадцатью первыми значениями  $k$  в формуле для расчета порядка гармоники:

$$k := (0 \ -1 \ 1 \ -2 \ 2 \ -3 \ 3 \ -4 \ 4 \ -5 \ 5 \ -6 \ 6 \ -7 \ 7 \ -8 \ 8)$$

$$k = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 \\ \hline 1 & 0 & -1 & 1 & -2 & 2 & -3 & 3 & -4 & 4 & -5 & 5 & -6 & 6 & -7 & 7 & -8 & 8 & & & \end{array}$$

$$j := 1..17$$

$$v_{i,j} := 1 + 2 \cdot k_{1,j} \cdot m_{\text{ph}_{1,i}}$$

$$v = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ \hline 1 & 1 & -5 & 7 & -11 & 13 & -17 & 19 & -23 & 25 & -29 & 31 & -35 & 37 & -41 & 43 & -47 & 49 \\ \hline 2 & 1 & -5 & 7 & -11 & 13 & -17 & 19 & -23 & 25 & -29 & 31 & -35 & 37 & -41 & 43 & -47 & 49 \\ \hline 3 & 1 & -5 & 7 & -11 & 13 & -17 & 19 & -23 & 25 & -29 & 31 & -35 & 37 & -41 & 43 & -47 & 49 \\ \hline \end{array}$$

Далее будем использовать только модули номеров гармоник

$$v_{i,j} := |v_{i,j}|$$

$$v = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ \hline 1 & 1 & 5 & 7 & 11 & 13 & 17 & 19 & 23 & 25 & 29 & 31 & 35 & 37 & 41 & 43 & 47 & 49 \\ \hline 2 & 1 & 5 & 7 & 11 & 13 & 17 & 19 & 23 & 25 & 29 & 31 & 35 & 37 & 41 & 43 & 47 & 49 \\ \hline 3 & 1 & 5 & 7 & 11 & 13 & 17 & 19 & 23 & 25 & 29 & 31 & 35 & 37 & 41 & 43 & 47 & 49 \\ \hline \end{array}$$

**Коэффициенты влияния пазов** (А.В. Иванов-Смоленский, "Электрические машины", М. Энергия, 1980, стр. 255):

Зубцовые деления : 
$$t_{1,i} := \frac{\pi \cdot (D_{1,i})}{Z_{1,i}} \quad t = (30 \ 30 \ 30) \text{ мм}$$

Отношение раскрытия паза к периоду  $\nu$ -й гармоники: -  $\epsilon$  для  $j$ -й гармоники и  $i$ -го варианта

$$\epsilon_{\nu,i,j} := \nu_{i,j} \cdot \frac{\pi \cdot p_{1,i} \cdot b_{\text{ш}1,i}}{Z_{1,i} \cdot t_{1,i}}$$

$\epsilon_{\nu} =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.0873	0.4363	0.6109	0.9599	1.1345	1.4835	1.6581	2.0071	2.1817	2.5307
2		0.0218	0.1091	0.1527	0.24	0.2836	0.3709	0.4145	0.5018	0.5454	0.6327
3		0.0017	0.0087	0.0122	0.0192	0.0227	0.0297	0.0332	0.0401	0.0436	0.0506

$\epsilon_{\nu} =$		4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		0.9599	1.1345	1.4835	1.6581	2.0071	2.1817	2.5307	2.7052	3.0543
2		0.24	0.2836	0.3709	0.4145	0.5018	0.5454	0.6327	0.6763	0.7636
3		0.0192	0.0227	0.0297	0.0332	0.0401	0.0436	0.0506	0.0541	0.0611

Расчет по аппроксимирующим выражениям:

$$\phi_{\text{мВ}1,i} := \left[ 0.5 + \left( \frac{2}{3} \right) \cdot \left( \frac{\delta''_{1,i}}{b_{\text{ш}1,i}} \right)^2 - \frac{1}{3 \cdot \left( 1 + 0.08 \cdot \frac{b_{\text{ш}1,i}}{\delta''_{1,i}} \right)} \right]$$

$$\phi_{\text{мА}1,i} := \left[ \left[ 0.4845 - 0.0255 \cdot \left( \frac{b_{\text{ш}1,i}}{\delta''_{1,i}} \right) + 0.0142 \cdot \left( \frac{b_{\text{ш}1,i}}{\delta''_{1,i}} \right)^2 \right] \right]$$

$$\phi_{\text{мС}1,i} := \left[ \left[ 0.7484 - 0.05037 \cdot \left( \frac{b_{\text{ш}1,i}}{\delta''_{1,i}} \right) + 0.001195 \cdot \left( \frac{b_{\text{ш}1,i}}{\delta''_{1,i}} \right)^2 \right] \right]$$

$$A_{v_{i,j}} := \begin{cases} \left( \frac{\varepsilon_{v_{i,j}}}{1 + 5 \cdot \frac{\delta''_{1,i}}{b_{m1,i}}} \right) \cdot \left[ 1 - \phi_{mA_{1,i}}(\varepsilon_{v_{i,j}})^2 \cdot \left( \frac{\delta''_{1,i}}{b_{m1,i}} \right) \right] & \text{if } |\varepsilon_{v_{i,j}}| \leq 2 \\ e^{-1.46 \cdot \varepsilon_{v_{i,j}} \cdot \left( \frac{\delta''_{1,i}}{b_{m1,i}} \right)} \cdot \sin(0.95 \cdot \varepsilon_{v_{i,j}} - \phi_{mC_{1,i}}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

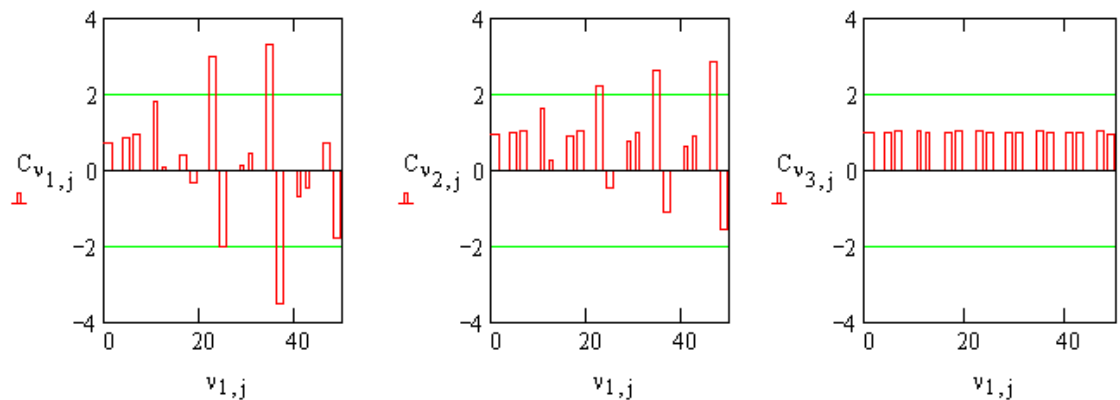
$$D_{v_{i,j}} := \begin{cases} 1 - \phi_{mB_{1,i}}(\varepsilon_{v_{i,j}})^2 \cdot \left[ 1 - \phi_{mB_{1,i}} \cdot \frac{(\varepsilon_{v_{i,j}})^2}{6} \right] & \text{if } |\varepsilon_{v_{i,j}}| \leq 2 \\ e^{-1.46 \cdot \varepsilon_{v_{i,j}} \cdot \left( \frac{\delta''_{1,i}}{b_{m1,i}} \right)} \cdot \cos(0.95 \cdot \varepsilon_{v_{i,j}} - \phi_{mC_{1,i}}) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_{v_{i,j}} := D_{v_{i,j}} - \frac{A_{v_{i,j}}}{\tan\left(\pi \cdot p_{1,i} \cdot \frac{v_{i,j}}{Z_{1,i}}\right)}$$

$v =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35	37	41	43	47	49	
2	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35	37	41	43	47	49	
3	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35	37	41	43	47	49	

$C_v =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.7	0.83	0.95	1.8	0.08	0.39	-0.32	2.97	-2.03	0.12	
2	0.94	0.98	1.02	1.61	0.23	0.88	1.02	2.19	-0.47	0.76	
3	1	1	1	1.01	0.99	1	1	1.02	0.97	1	

$C_v =$		11	12	13	14	15	16	17
1	0.442	3.288	-3.516	-0.714	-0.457	0.684	-1.807	
2	0.968	2.619	-1.096	0.597	0.867	2.851	-1.589	
3	1	1.035	0.956	0.992	0.999	1.045	0.941	



Оценить влияние пазов на амплитуды гармоник индукции в зазоре с помощью конечно-элементных моделей можно следующим образом. Рассмотрим модели, в которых исключено влияние других факторов на гармоники поля: относительную магнитную проницаемость сердечников примем достаточно большой (используя граничные условия Неймана, можно воспроизвести условие  $\mu_r = \infty$ ), зазор – достаточно малым по сравнению с периодом наивысшей из рассматриваемых гармоник (в приведенном выше примере  $\delta = 0,2 \text{ мм} \ll \tau_{49} = 360 \text{ мм}/49 = 7,35 \text{ мм}$ ).

Вначале следует воспроизвести поле обмотки при бесконечно узких пазах. Конечно-элементная модель в этом случае представляет равномерный зазор между двумя гладкими сердечниками, на границе которого, соответствующей зубчатому сердечнику заданы линейные («точечные») токи. Точечными эти токи можно назвать потому, что они задаются в узлах (точках – *point*) модели, соответствующих поперечным сечениям бесконечно тонких линейных токов, протекающих в направлении, перпендикулярном плоскости модели. Расположены точечные токи, разумеется, должны быть на осях пазов.

Полученное распределение индукции в зазоре следует подвергнуть гармоническому анализу. В качестве контура графика удобно при этом выбрать поверхность невозбужденного сердечника.

Затем следует смоделировать поле обмотки, выполненной по той же схеме, но расположенной в пазах зубчатого сердечника. Условия Неймана на поверхности зубчатого сердечника следует сохранить, также как и значения пазовых токов. Гармонический анализ вновь полученного распределения поля в зазоре и сравнение амплитуд индукции каждой гармоники, найденных в обоих описанных опытах моделирования, позволит определить коэффициенты влияния пазов  $C_v$ . В заключение работы следует сравнить значения  $C_v$ , найденные по аналитическим выражениям и в результате моделирования.

**Программа работы (выполняются пункты, указанные преподавателем).**

1. Для заданной схемы обмотки (см. таблицу) сформировать конечно-элементную модель, соответствующую бесконечно узким пазам сердечника, на котором расположена обмотка. Токи в фазах обмотки подобрать такими, чтобы амплитуда основной гармоники индукции в зазоре равнялась 0,8 – 0,9 Тл. Смоделировать поле и выполнить его гармонический анализ.

2. Сформировать конечно-элементную модель, на которой была бы воспроизведена конфигурация зубчатого сердечника. Значения пазовых токов сохранить. Смоделировать поле в зазоре и выполнить гармонический анализ. Сравнить результаты с полученными в предыдущем пункте и определить коэффициенты влияния пазов.

3. Рассчитать коэффициенты влияния пазов по аналитическим выражениям. Сравнить результаты, полученные в пп. 2 и 3.

4. Повторить численный эксперимент при задании реальных свойств стали сердечника (кривую намагничивания взять в руководстве по проектированию электрических машин). По данным эксперимента вычислить коэффициент насыщения зубцовой зоны. Рассчитать амплитуды гармоник индукции в зазоре с учетом насыщения стали, пользуясь полученным значением коэффициента насыщения зубцовой зоны. Сравнить расчетные результаты с полученными при конечно-элементном моделировании.

Вариант		1	2	3	4	5	6	7
Число фаз	$m_{ph}$	3	3	3	3	3	3	3
Число пар полюсов	$P$	1	2	3	1	2	3	4
Число зубцов	$Z$	12	36	36	72	36	36	72
Диаметр расточки, мм	$D_i$	100	200	200	600	240	240	1000
Раскрытие паза, мм	$b_{ш}$	4,0	2,8	3,0	7,0	3,5	3,5	20,0
Зазор, мм	$\delta$	0,5	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0	2,0

### Литература

1. Сорокер Т.Г. Влияние пазов на гармонические составляющие магнитного поля в зазоре асинхронных двигателей при односторонней зубчатости. *Electrotechnický Obzor*, 1972, №10.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: Учебник для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 928 с., ил.