

Определение электромагнитных сил (ЭМС) в области паза с током

Предварительные замечания

В этой лабораторной работе моделируется поле в области паза с током. Будем считать, как это принято при аналитическом рассмотрении поля в области паза, что ширина зубцов, справа и слева от рассматриваемого паза более чем втрое превышает зазор между сердечниками. При этом условии влияние всех других пазов машины на поле в интересующей нас области может быть воспроизведено униполярной МДС, т.е. униполярной разностью скалярных магнитных потенциалов между сердечниками. Мерой этой МДС является значение индукции стороннего поля под серединами зубцов, задаваемое в качестве одного из исходных данных (см. таблицу).

Напомним выражение для удельной поверхностной силы, действующей на малую площадку поверхности, проведенной в воздухе и охватывающей некоторое тело, расположенное в магнитном поле (выражение для максвелловских натяжений):

$$\bar{T}_M = \mu_0 (H_n \bar{H} - 0,5 \cdot \bar{n} H^2).$$

Здесь индекс «M» означает «максвелловское» (натяжение), \bar{H} и H_n - вектор напряженности магнитного поля на элементарной площадке поверхности и его нормальная составляющая, \bar{n} - единичный вектор, направленный нормально к площадке поверхности.

Поскольку мы чаще оперируем с вектором индукции в зазоре, а не с вектором напряженности, запишем это выражение в ином виде:

$$\bar{T}_M = \frac{1}{\mu_0} (B_n \bar{B} - 0,5 \bar{n} B^2)$$

Не представляет труда получить выражения для нормальной и тангенциальной составляющих максвелловского натяжения:

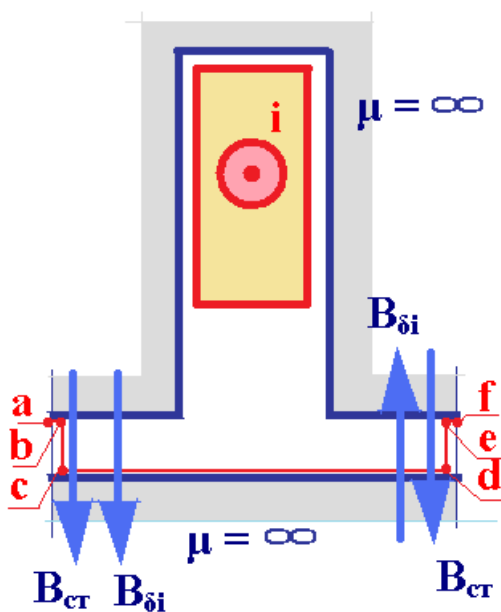
$$\bar{T}_{Mn} = T_{Mn} \bar{n} = \frac{B_n^2 - B_\tau^2}{2\mu_0} \bar{n},$$

$$\bar{T}_{M\tau} = T_{M\tau} \bar{\tau} = \frac{B_n B_\tau}{\mu_0} \bar{\tau}.$$

Из последних выражений можно сделать, по крайней мере, два важных вывода: во-первых, если силовые линии поля направлены по нормали к поверхности интегрирования или тангенциально по отношению к ней, то существует только нормальная составляющая натяжения, и, во-вторых, тангенциальная составляющая натяжения создается только на тех участках поверхности интегрирования, где одновременно не равны нулю обе составляющие вектора индукции.

Покажем, как, руководствуясь этими выводами, можно просто рассчитать силу, действующую на паз с током при условии, что известна индукция стороннего поля, созданного токами всех других пазов машины. (Вывод сделан Карпентером (*Carpenter*)).

Пусть $B_{ст}$ – индукция стороннего поля в зазоре, δ – зазор, i – ток паза.



Проведем контур интегрирования (след поверхности интегрирования) $a-b-c-d-e-f$ таким образом, чтобы на всех его участках линии поля были направлены либо только нормально к нему (участки ab , cd и ef), либо только тангенциально (bc и de). Нас будет интересовать тангенциальная сила, действующая в направлении оси x (координатные оси на рисунке не показаны, считаем, что они расположены обычным образом – ось y по оси паза вверх, ось x – горизонтально, вправо). Поскольку тангенциальная сила на участках ab , cd и ef не создается, достаточно рассмотреть только участки bc и de и определить действующие на них нормальные силы, которые направлены вдоль оси x . Заметим, что

Поскольку тангенциальная сила на участках ab , cd и ef не создается, достаточно рассмотреть только участки bc и de и определить действующие на них нормальные силы, которые направлены вдоль оси x . Заметим, что

$$\bar{n}_{bc} = -\bar{q}_x \quad \text{и} \quad \bar{n}_{de} = \bar{q}_x.$$

Приняв для определенности, что вектор индукции стороннего поля направлен от верхнего сердечника к нижнему, а ток паза направлен на нас, получим после интегрирования максвелловских натяжений на участках bc и de :

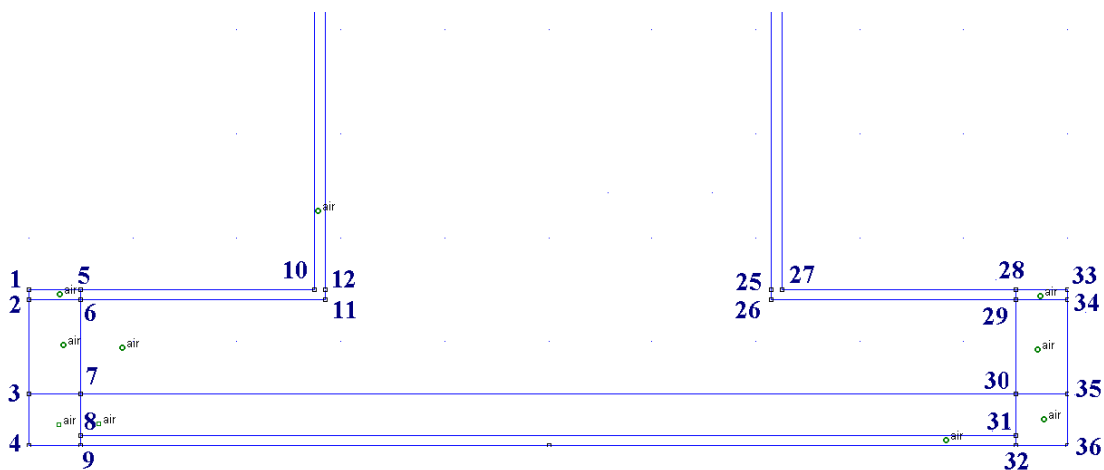
$$\bar{F} = \frac{-(B_{cm} + B_{\delta i})^2}{2\mu_0} \cdot \delta l_z (-\bar{q}_x) + \frac{-(B_{cm} - B_{\delta i})^2}{2\mu_0} \cdot \delta l_z \cdot \bar{q}_x = B_{cm} B_{\delta i} \cdot \frac{2\delta l_z}{\mu_0} \cdot \bar{q}_x$$

Выразив индукцию $B_{\delta i}$ из закона полного тока, получим окончательно:

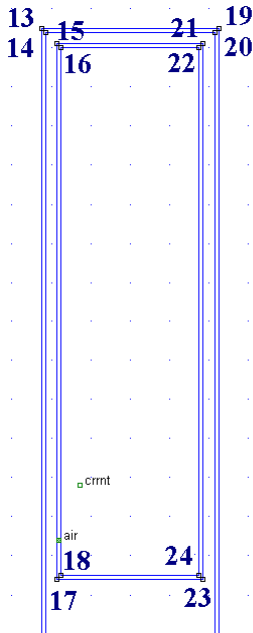
$$\bar{F} = B_{cm} l_i \cdot \bar{q}_x.$$

В лабораторной работе электромагнитные силы определяются по результатам моделирования магнитного поля путем интегрирования максвелловских натяжений. При формировании модели следует предусмотреть возможность интегрирования по различным контурам с тем, чтобы оценить влияние выбора контура интегрирования на точность решения задачи.

На рисунке показан фрагмент конечно-элементной модели паза (зазор и часть паза в зоне раскрытия) с намеченными контурами интегрирования. Контур интегрирования можно было бы явно и не задавать – достаточно наметить при формировании модели точки, определяющие эти контуры, а сами пути интегрирования задавать в постпроцессоре, переходя от точки к точке. Однако когда предусматривается большое число контуров, удобнее наметить их заранее.



Верхняя часть области задачи показана на следующем рисунке.



На лекциях были получены аналитические выражения для расчета сил, действующих как на линейный ток, протекающий по проводнику, имеющему малое поперечное сечение и расположенному в пазу на заданной высоте, так и на стенки паза.

Сила, действующая на провод с током, вычисляется через координату t_i точки конформно преобразованной плоскости, являющейся сходственной по отношению к точке z_i , приложения тока в исходной плоскости z :

$$\bar{F}_i = \bar{F}_n \sqrt{\frac{t_i}{t_i + 1}},$$

где \bar{F}_n - сила, действующая на все пазовое деление – и на провод с током, и на стенки паза.

Поскольку аналитического выражения координаты t через z не существует, а в результате конформного преобразования получено только выражение z через t :

$$z = \frac{2\delta}{\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\eta}{\sqrt{a}} \right) + \operatorname{arth}(\eta) \right] = f(t),$$

где

$$a = \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \quad \text{и} \quad \eta = \sqrt{\frac{t-a}{t+1}},$$

для определения t_i приходится решать нелинейное уравнение.

Можно рекомендовать и такой способ: задаваясь некоторым значением t , вычислить по приведенной выше формуле z и сравнить результат с заданным z_i . В том случае, если ток расположен на оси паза, т.е. на мнимой оси

исходной плоскости z , является действительным числом и процедура «подбора» может быть завершена в несколько итераций с достаточно высокой точностью.

В лабораторной работе предстоит оценить точность определения электромагнитных сил на конечно-элементных моделях, сравнивая результаты моделирования с расчетами по аналитическим выражениям. При этом интегрирование максвелловских натяжений может производиться по различным контурам. При выборе контура (или направления контура) следует иметь в виду, что при интегрировании учитываются только те величины поля, которые могут быть «измерены» слева при движении по направлению контура. Это означает, в частности, что при определении силы нельзя проводить контур по поверхности сердечника с $\mu = \infty$ так, чтобы сердечник находился слева от него, поскольку в этом случае тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля слева от контура равна нулю.

Однако и в том случае, если контур интегрирования проведен по поверхности сердечника «правильно» погрешность при определении электромагнитной силы может быть заметной (до трех-четырех процентов), если дробность конечно-элементной сетки вблизи поверхности недостаточна.

В качестве примера приведем следующие результаты моделирования для паза, некоторые данные которого приведены на втором и третьем рисунках (зазор – 15 мм, раскрытие паза – 45 мм, размеры провода – $35 \times 135 \text{ мм}^2$). При размерах конечных элементов во всей зоне раскрытия паза 2 мм (общее число узлов модели – ок. 11500), токе паза 23620 А (плотность тока в проводе – 5 А/мм^2) и индукции стороннего поля 1 Тл электромагнитная сила, определенная интегрированием максвелловских натяжений на контуре 1-5-9-32-28-33 (аналогичном контуру $a-b-c-d-t-f$ на первом рисунке), равна – 24,570 Н/мм, причем на участок 9-32 (на поверхности гладкого сердечника) приходится 0,920 Н/мм, т.е. 3,9% от общей силы. Если размер элементов на участке 3-4-36-35 уменьшить до 0,2 мм, общее число узлов увеличится до 26350, а значение силы, определенной на контуре 1-5-9-32-28-33, станет равным

23,833 Н/мм, т.е. более близким к значению, рассчитанному по формуле $\bar{F} = B_{cm} l_z i$. Уменьшение погрешности моделирования в этом случае объясняется повышением точности моделирования поля вблизи гладкого сердечника, приведшим к уменьшению результата интегрирования на участке 9-32 до 0,175 Н/мм, что составляет 0,74% от общей силы.

Программа работы

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме работы (см. конспект лекций по курсу «Электромагнитные расчеты»).

2) По данным таблицы построить область задачи:

В таблице обозначено:

Зубцовое деление, мм	t_z
Ширина паза, мм	$b_{п}$
Глубина паза, мм	$h_{п}$
Высота провода с током, мм	$a_{пр}$
Ширина провода с током, мм	$b_{пр}$
Воздушный зазор, мм	δ

Примечание. При построении области задачи предусмотреть контуры, по которым в дальнейшем будет производиться интегрирование максвелловских натяжений. Контуры провести как по поверхностям сердечников, так и на расстоянии 1 мм от поверхностей сердечников и провода (см. второй и третий рисунки).

Вариант	*.1			*.*.1				
	t_z , мм	δ , мм		$b_{п}$, мм	$h_{п}$, мм		$b_{пр}$, мм	$h_{пр}$, мм
1	70	10	12	30	140	120	20	110
2	90	10	8	40	140	120	30	110
3	100	15	11	45	180	145	35	135
4	100	10	8	40	90	80	30	80
5	80	5	7	30	120	140	22	100
6	70	10	13	30	140	125	20	125
7	100	15	11	45	180	195	35	65

8	80	5	8	30	90	78	22	78
---	----	---	---	----	----	----	----	----

3) . Смоделировать внешнее униполярное поле в области паза.

3.1. Определить граничные условия для векторного магнитного потенциала, обеспечивающие такое внешнее униполярное (стороннее) поле, при котором индукция под серединами зубцов равна 1 Тл.

4). Смоделировать полное поле (сумму внешнего униполярного поля и поля, обусловленного током паза), задавая плотность тока на всем поперечном сечении проводника (выбрать реальное значение плотности тока).

По результатам моделирования :

4.1. – Найти ЭМС, действующую на всю область паза, интегрируя максвелловские натяжения по различным контурам. Сравнить найденное значение силы с результатом расчета по формуле $\bar{F} = B_{cm} l_z i$ (приняв длину l_z равной 1 м).

4.2– Найти ЭМС, действующие на стенки паза и на проводник с током.

4.3– Построить распределение индукции по стенкам паза.

5) Смоделировать полное поле, заменив прямоугольный стержень проводом круглого сечения с диаметром 5 мм. Плотность тока изменить таким образом, чтобы полный ток паза сохранился. Сравнить результаты моделирования с аналогичными результатами, полученными в п. 4.1.

6) Считая ток сосредоточенным в центре провода, рассчитать по аналитическим выражениям, полученным на лекциях, силы, действующие на сердечник и провод по отдельности, и сравнить результаты расчета с результатами моделирования. Оценить возможность замены прямоугольного провода проводом с малым сечением, расположенным на оси паза.

7) Найти координату z_i точки приложения линейного тока, при которой сила, действующая на ток, составляет 0,1 от общей силы, действующей на все пазовое деление.

8) Оформить отчет о выполненной работе и сделать общие выводы по работе.