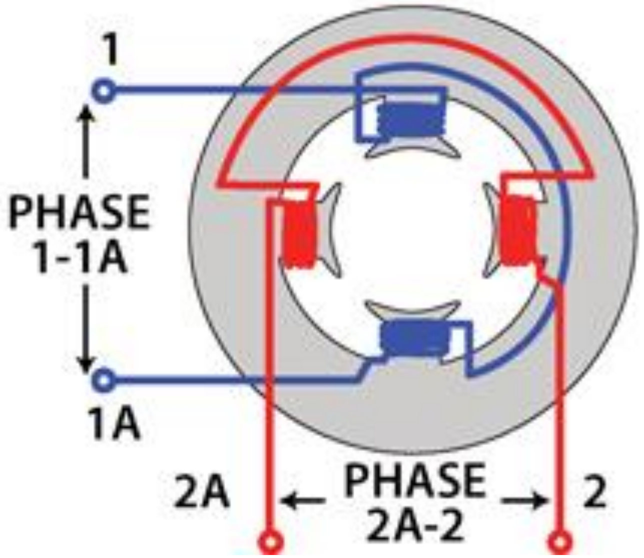
Двухфазные асинхронные машины

Теория и расчет



Магнитодвижущие силы несимметричных электрических машин

Двухфазная несимметричная обмотка

Симметричная / несимметричная машина

Классическая теория ЭМ рассматривает симметричную электрическую машину

» Конструктивная симметрия
  - Оси фаз статора смещены в пространстве на эл.угол $\pi/2$ при $m = 2$ (или на $2\pi/3$ при $m = 3$)
  - Одинаковое число эффективных витков фаз $w_A = w_B$
  - Одинаковое число одинаковых пазов на фазу $N_{zA} = N_{zB}$
  - Одинаковый провод в фазе $d_A = d_B$
  - Одинаковые сопротивления фаз $r_A = r_B$, $x_A = x_B$, $Z_A = Z_B$

Нарушение любого условия ведет к конструктивной несимметрии

» Симметричное питание
  - Напряжения фаз равны по амплитуде $|U_A| = |U_B|$
  - Напряжения фаз сдвинуты во времени на эл.угол $\pi/2$ при $m = 2$ (или на $2\pi/3$ при $m = 3$)

Нарушение любого условия ведет к несимметричному питанию

Симметричная ЭМ имеет круговое вращающееся поле в зазоре, для которого разработана теория и уравнения

Симметричная / несимметричная машина

Микромашины, как правило, несимметричны

» по конструктивному исполнению

» из-за несимметричного питания

» и то и другое одновременно

Особенность микромашин – питание от однофазной сети

При этом сами машины имеют многофазную обмотку

Рассмотрим:

» Теория двухфазных асинхронных машин
  - электрическая несимметрия (питание и обмотки) при симметричном магнитопроводе

» Теория синхронных машин
  - магнитная несимметрия (явнополюсность ротора) при воздействии кругового поля

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Метод круговых вращающихся полей – для анализа произвольной несимметрии

Рассмотрим распределенную фазную обмотку переменного тока

при протекании по фазе переменного тока $i = \sqrt{2} I_ф \cos \omega t$

фаза образует магнитодвижущую силу $f_{ф1} = F_{ф1m} \cos \frac{\pi x}{\tau} \cos \omega t$

создающую переменное (пульсирующее) магнитное поле

Амплитуда основной гармоники МДС $F_{ф1m} = \frac{2\sqrt{2} I_ф w_ф k_{об}}{\pi p}$

где $I_ф$ – действующее значение тока фазы

$w_ф$ – число витков фазы

$k_{об}$ – обмоточный коэффициент основной гармоники

p – число пар полюсов фазы (обмотки)

МДС (и пульсирующее магнитное поле) направлены по оси фазы

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Разложим пульсирующую МДС на прямую F_1 и обратную F_2 составляющие:

» имеют одинаковые амплитуды $F_{ф1m} / 2$

» вращаются в пространстве с одинаковой угловой скоростью $\Omega = \omega/p$

» вращаются в противоположные стороны

Та составляющая, что вращается в сторону вращения ротора,
– **прямая** составляющая F_1

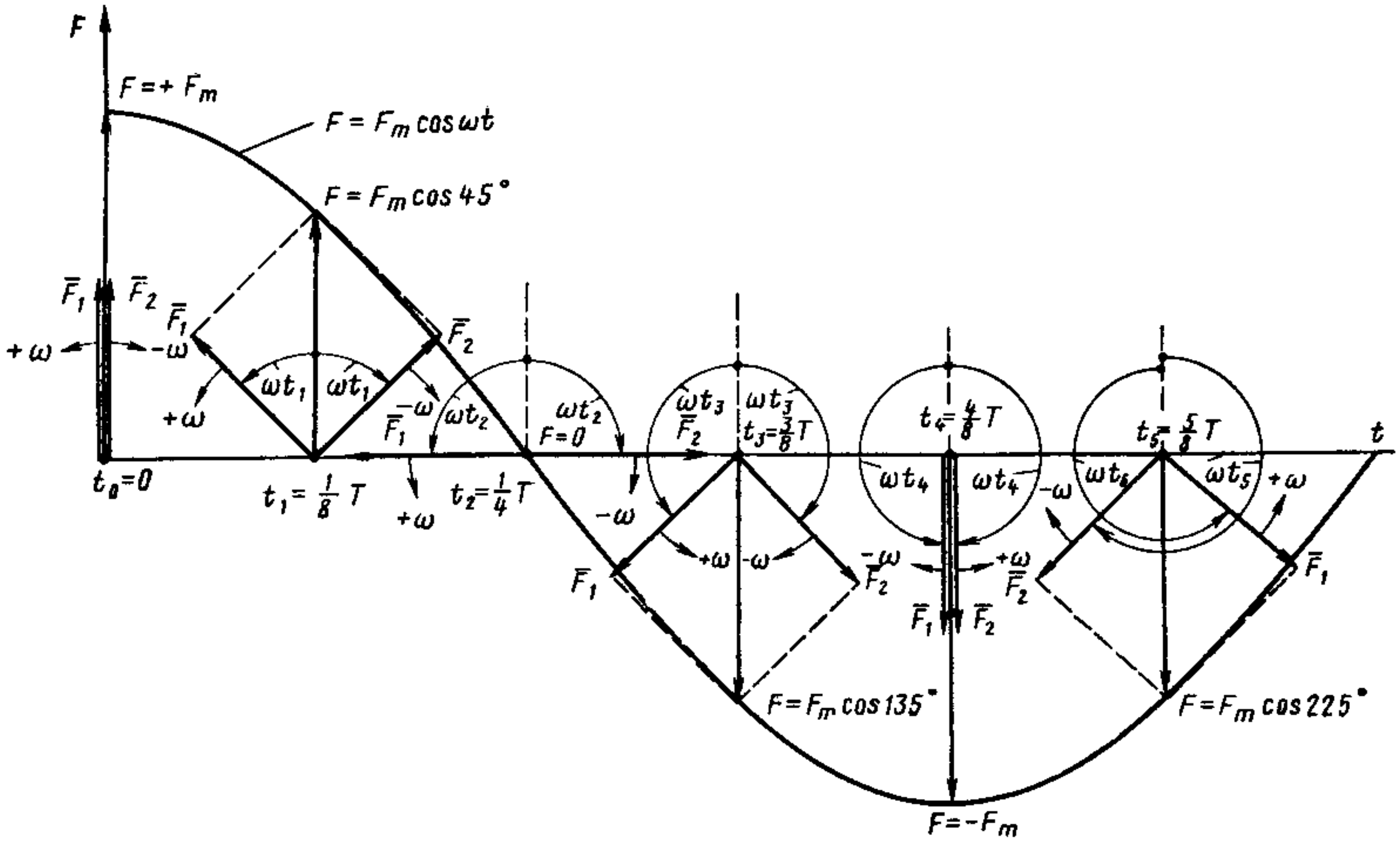
Тогда F_2 – **обратная** составляющая

В любой момент времени геометрическая сумма вращающихся МДС F_1 и F_2 равна исходной пульсирующей МДС

$$f_{ф1} = F_1 + F_2 = \frac{F_{ф1m}}{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) + \frac{F_{ф1m}}{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Рассмотрим значения МДС через 1/8 периода (45°)

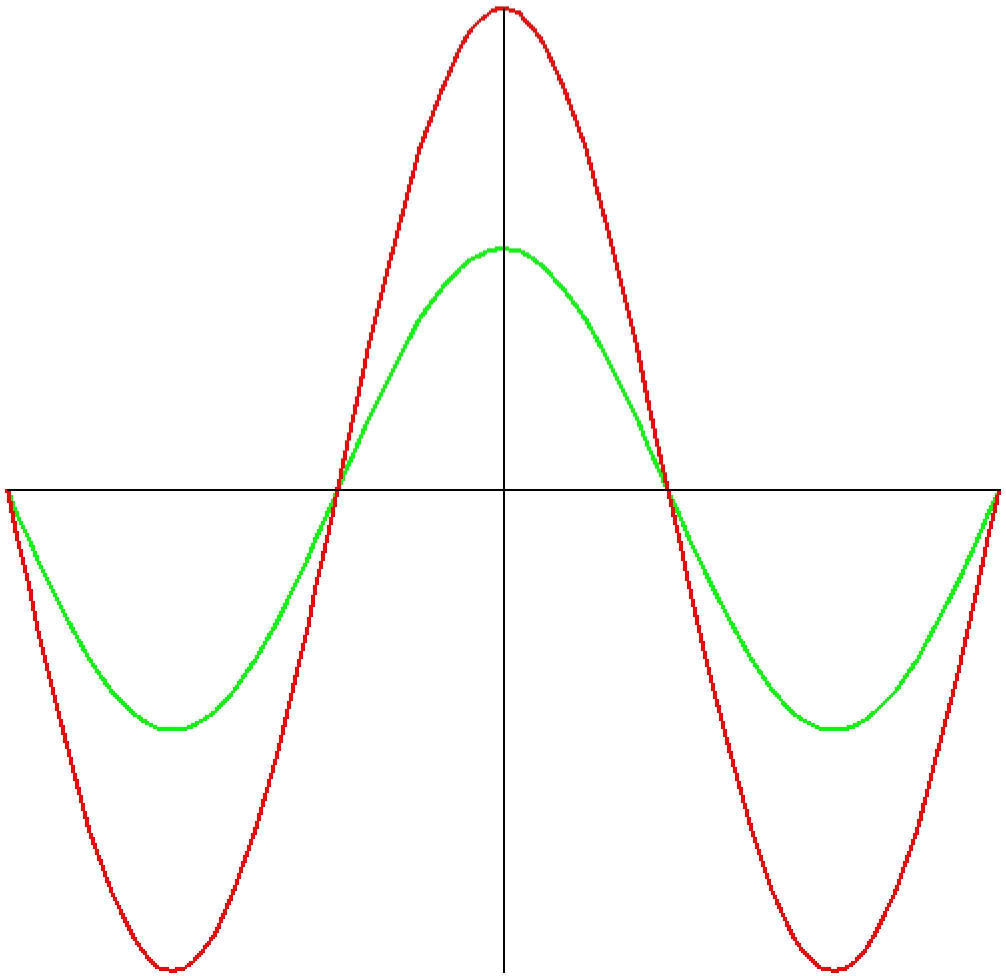


Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС во времени

Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС в пространстве



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Микромашины, как правило, имеют двухфазную обмотку

Рассмотрим 2-фазную ЭМ с обмотками A и B

- сдвинутыми в пространстве на угол θ
- имеющими разные числа витков $w_A \neq w_B$

По обмоткам протекают гармонические токи i_A и i_B

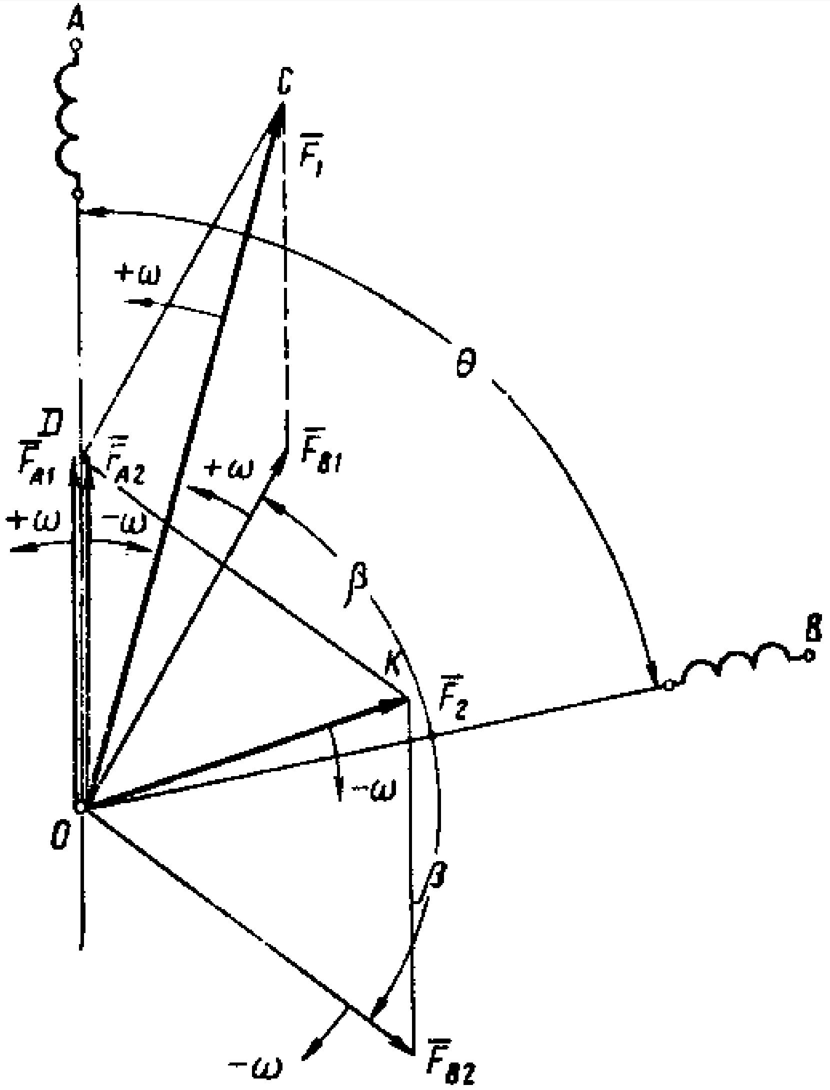
- разные по величине $I_{Am} \neq I_{Bm}$
- сдвинутые во времени на угол β

$$i_A = \sqrt{2} I_A \cos \omega t \quad i_B = \sqrt{2} I_B \cos(\omega t + \beta)$$

Магнитодвижущие силы фазных обмоток

$$F_A = F_{Am} \cos \frac{\pi x_A}{\tau} \cos \omega t \quad F_B = F_{Bm} \cos \frac{\pi x_B}{\tau} \cos(\omega t + \beta)$$

Каждая МДС – пульсирующая по оси фазы



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Каждую [пульсирующую] МДС разложим
на прямую и обратную [вращающиеся] составляющие

$$\bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2} \qquad \bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$$

На рисунке при $t = 0$

$F_A = F_{Am} \rightarrow$ составляющие $F_{A1} + F_{A2}$

$F_B = F_{Bm}\cos\beta \rightarrow$ составляющие $F_{B1} + F_{B2}$

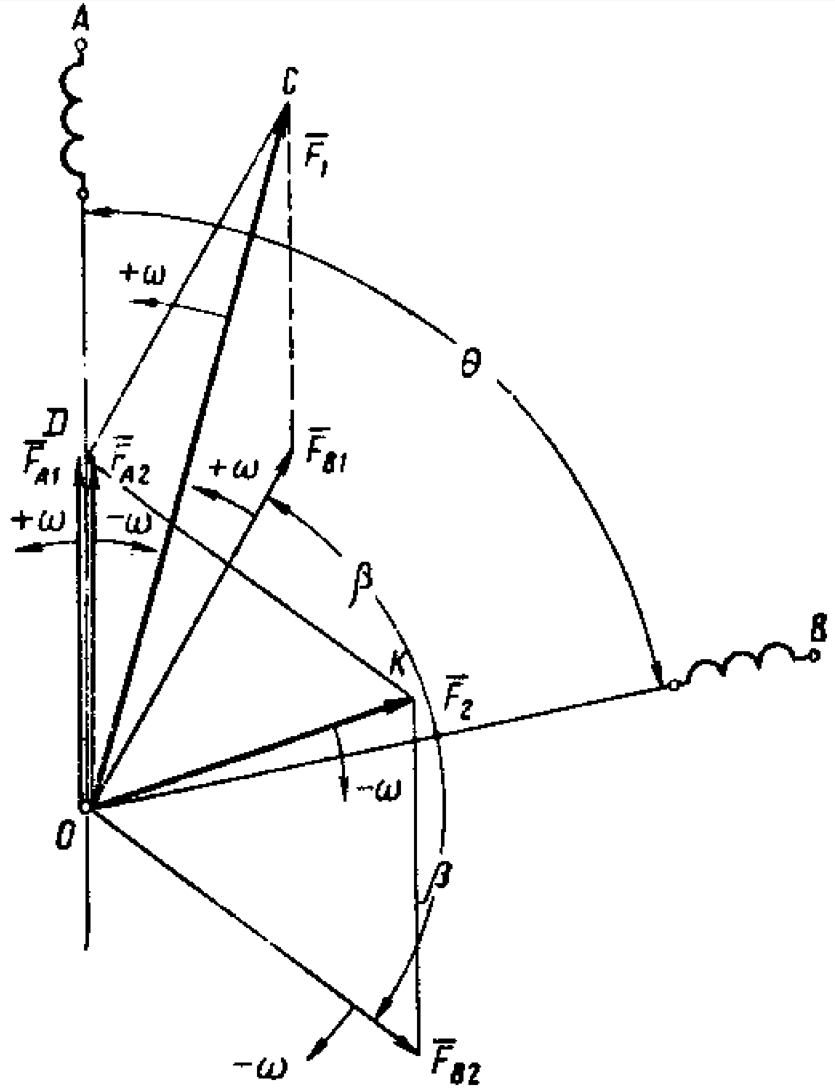
Рассмотрим прямые и обратные составляющие отдельно

F_{A1} и F_{B1} вращаются со скоростью $+\omega$
$\rightarrow$ прямая составляющая F_1

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{B1}$$

F_{A2} и F_{B2} вращаются со скоростью $-\omega$
$\rightarrow$ обратная составляющая F_2

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2}$$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Найдем МДС прямой последовательности F_1
из треугольника ODC

$$F_1 = OC = \sqrt{OD^2 + DC^2 - 2 \cdot OD \cdot DC \cdot \cos\angle ODC}$$

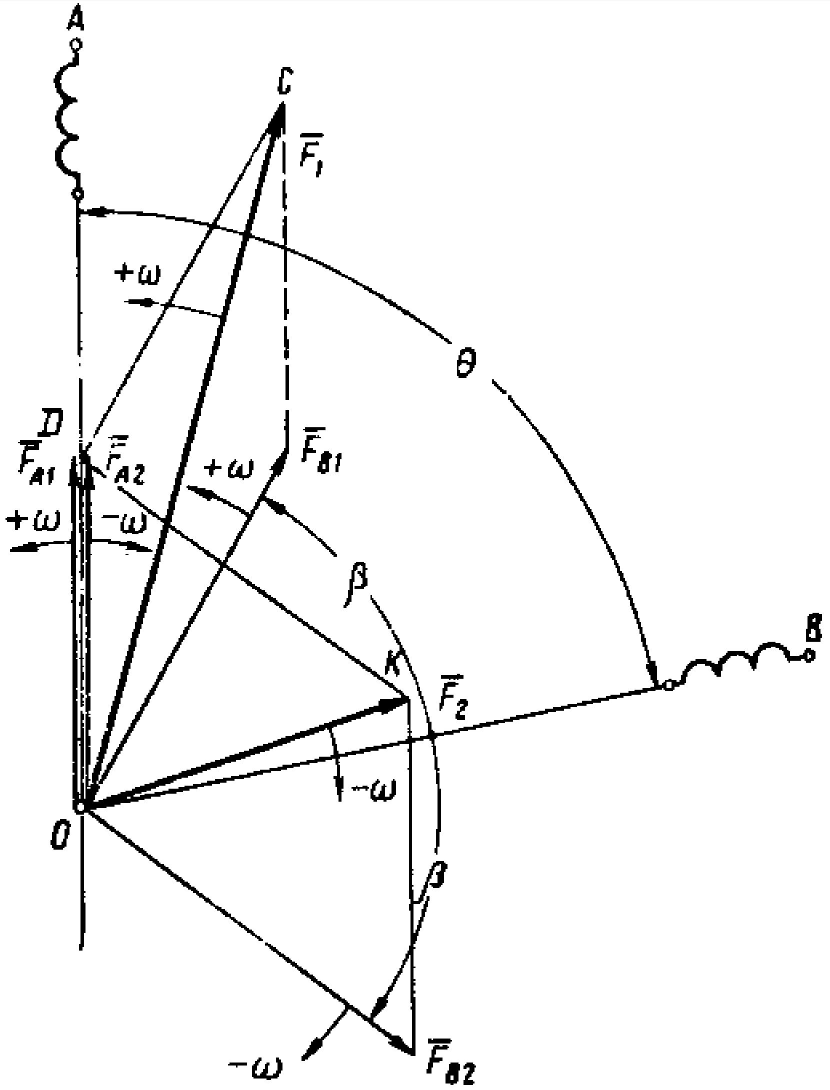
Здесь $$\angle ODC = 180° - \angle ADC = 180° - (\theta - \beta)$$

$$\cos\angle ODC = \cos(180° - (\theta - \beta)) = -\cos(\theta - \beta)$$

Кроме того $$OD = F_{A1} = F_{Am} / 2$$

$$DC = F_{B1} = F_{Bm} / 2$$

Таким образом $$F_1 = \frac{1}{2}\sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta - \beta)}$$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

Аналогично найдем МДС обратной последовательности F_2 из треугольника ODK

$$F_2 = OK = \sqrt{OD^2 + DK^2 - 2 \cdot OD \cdot DK \cdot \cos \angle ODK}$$

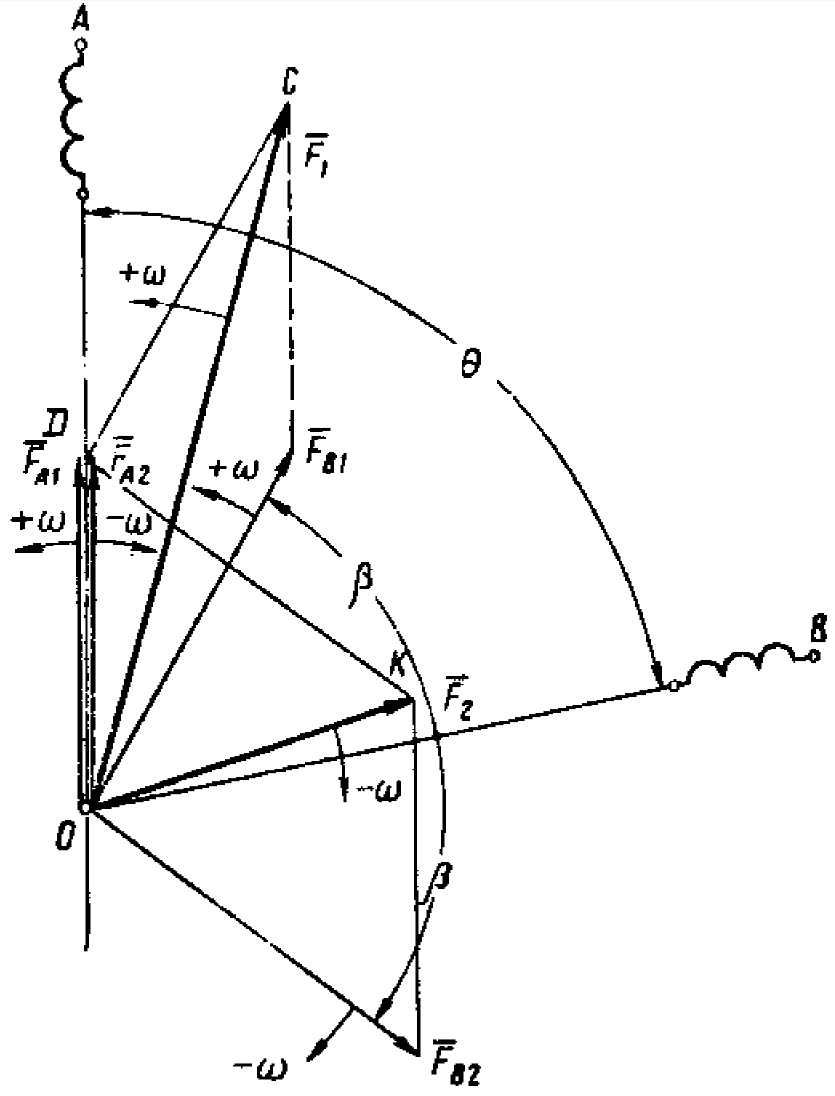
Здесь $\angle ODK = 180° - \angle ADK = 180° - (\theta + \beta)$

$$\cos \angle ODK = \cos(180° - (\theta + \beta)) = -\cos(\theta + \beta)$$

учитывая $OD = F_{A2} = F_{Am} / 2$

$$DK = F_{B2} = F_{Bm} / 2$$

получим $$F_2 = \frac{1}{2}\sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta + \beta)}$$



МДС двухфазной несимметричной обмотки

С помощью выражений

$$F_1 = \frac{1}{2}\sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta - \beta)}$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta + \beta)}$$

можно определить МДС прямой и обратной последовательностей

- при любых МДС (токах) обмоток F_{Am}, F_{Bm}
- при любых пространственных углах между обмотками θ
- при любых углах сдвига токов во времени β

(т.е. при любой несимметрии обмоток)

Особенность двухфазной машины:

поскольку $\cos(\theta-\beta) = \cos(\theta+\beta)$

характер магнитного поля несимметричной машины

в равной степени определяется углами θ и β

МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

Электромагнитный момент (от взаимодействия тока и потока) пропорционален квадрату потока

В ненасыщенной машине магнитный поток пропорционален МДС (при $\Lambda_\delta = \mathrm{const}$):

магнитный поток прямовращающегося поля $\Phi_1 \sim F_1$

магнитный поток обратновращающегося поля $\Phi_2 \sim F_2$

Тогда пусковой момент несимметричного двигателя $M_\text{к} = c_M \left(F_1^2 - F_2^2\right)$

где c_M – постоянный коэффициент

Подставив выражения МДС F_1 и F_2 получим $M_\text{к} = \frac{1}{2} c_M F_{Am} F_{Bm} \left(\cos(\theta - \beta) - \cos(\theta + \beta)\right)$

С учетом $\cos\alpha - \cos\gamma = -2\sin\frac{\alpha+\gamma}{2}\sin\frac{\alpha-\gamma}{2}$ запишем $M_\text{к} = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin\theta \sin\beta$

МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

$$M_{\text{к}} = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin\theta \sin\beta$$

- Пусковой момент в равной степени определяется углами θ и β
- При любом пространственном сдвиге обмоток (кроме θ = 0 и θ = 180°) максимум пускового момента достигается при временном сдвиге β = 90°
- При любом временном сдвиге токов (кроме β = 0 и β = 180°) максимум пускового момента достигается при пространственном сдвиге θ = 90°
- Абсолютный максимум пускового момента достигается при углах θ = 90° и β = 90°
  (при одних и тех же потребляемых из сети токах фаз)

Круговое и эллиптическое поле

в электрической машине

Условия получения кругового вращающегося поля

Каждая составляющая F_1 и F_2 образует круговое вращающееся поле

Результирующее поле в ЭМ будет круговым при условии $F_2 = 0$ (или $F_1 = 0$)

Пусть $F_2 = 0$ $\qquad F_2 = \frac{1}{2}\sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta+\beta)} = 0$

или $\qquad F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm}\cos(\theta+\beta) = 0$

это возможно только при $F_{Am} = F_{Bm}$ и $\cos(\theta+\beta) = -1$, т.е. $(\theta+\beta)=180°$

Рассмотрим двухфазную ЭМ

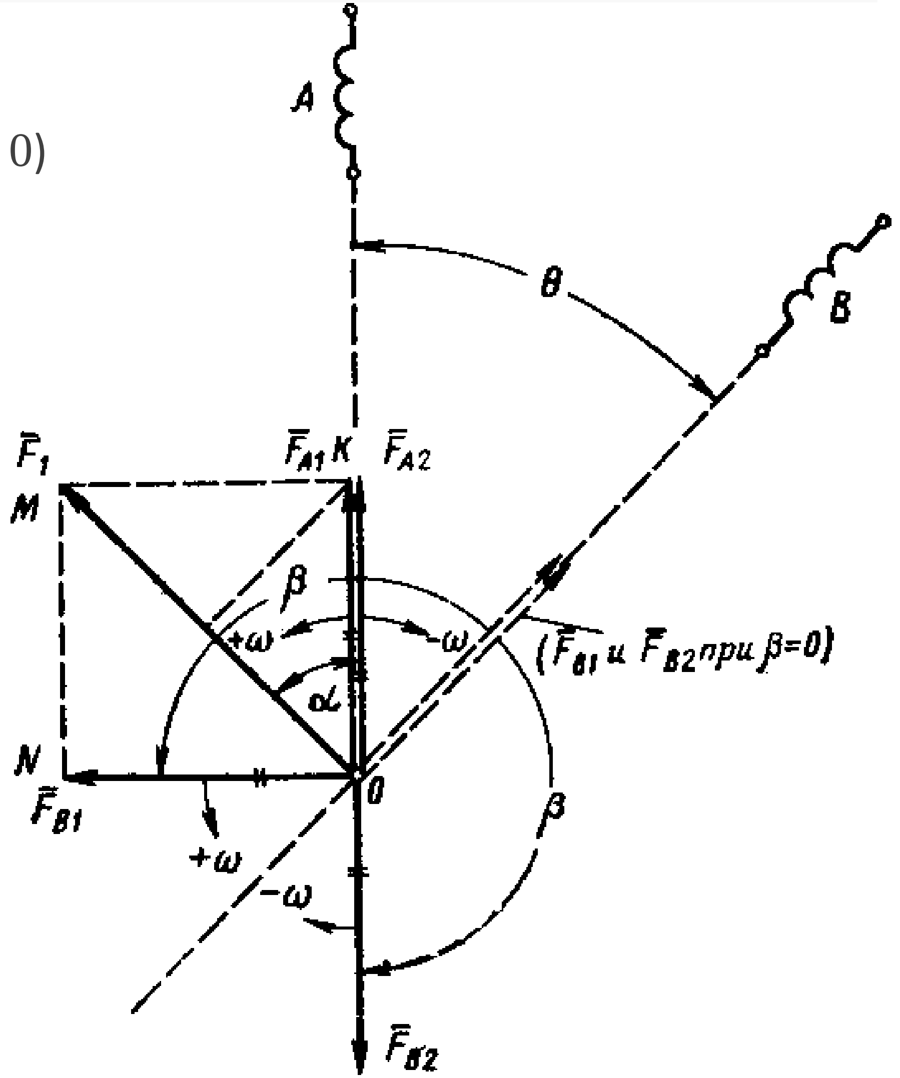
- с пространственным сдвигом обмоток на угол θ
- в которой токи (и МДС) сдвинуты во времени на угол β

Разложим МДС фаз на составляющие $\quad \bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2} \quad \bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$

Для исключения обратного поля необходимо

$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2} = 0$ $\quad$ или $\quad \bar{F}_{A2} = -\bar{F}_{B2}$

Для этого требуется $F_{Am} = F_{Bm}$ и $\beta = 180° - \theta$



Условия получения кругового вращающегося поля

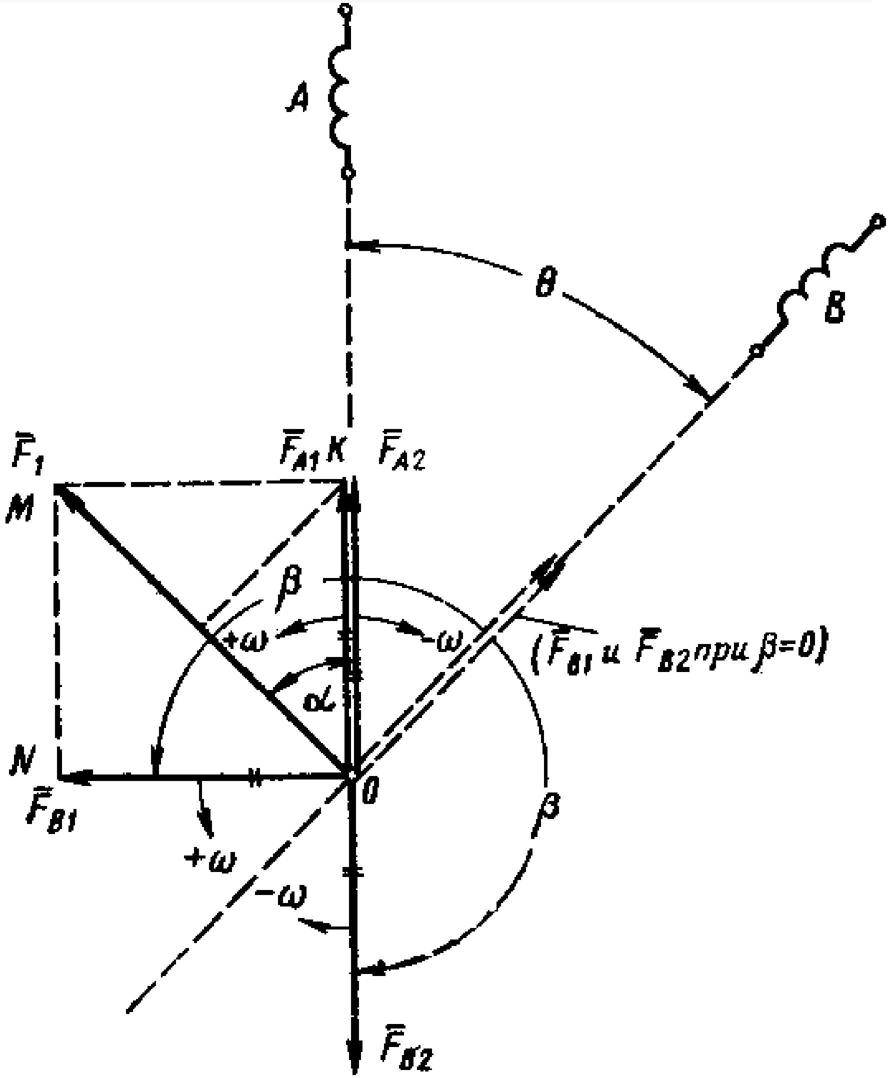
Для получившегося кругового поля найдем величину МДС (F_1)

из Δ-ка OKM $\quad F_1 = 2F_{A1}\cos\alpha = 2F_{A1}\cos\left(\dfrac{\beta-\theta}{2}\right)$

При круговом поле $\quad F_{A1} = F_{B1} = \dfrac{F_{Am}}{2} = \dfrac{F_{Bm}}{2} = \dfrac{F_{\text{ф}m}}{2}$ $\quad$ и $\quad \beta = 180° - \theta$

Тогда МДС $\quad F_1 = F_{\text{ф}m}\sin\theta$

Величина МДС кругового поля максимальна
при пространственном сдвиге обмоток на угол $\theta = 90°$



Подставив $\theta = 180° - \beta$ (при круговом поле), получим $\quad F_1 = F_{\text{ф}m}\sin\beta$

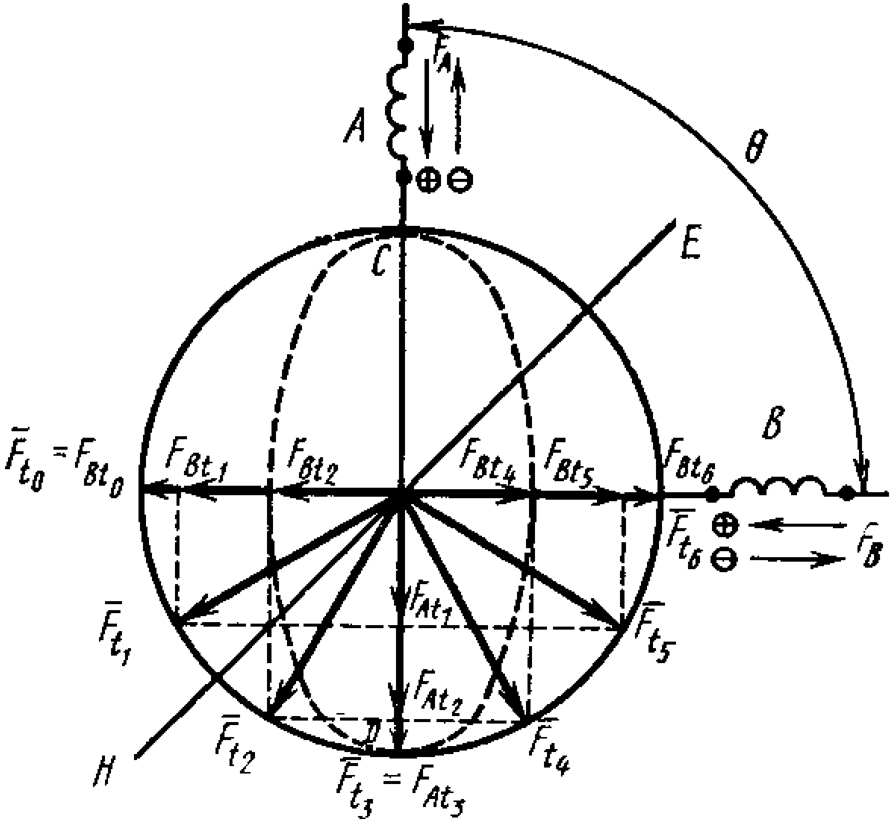
Максимум МДС кругового поля имеет место
при временном сдвиге токов на угол $\beta = 90°$

Максимальная МДС кругового поля
равна амплитуде МДС любой из фаз $\quad F_{1\max} = F_{Am} = F_{Bm} = F_{\text{ф}m}$

Условия получения кругового вращающегося поля

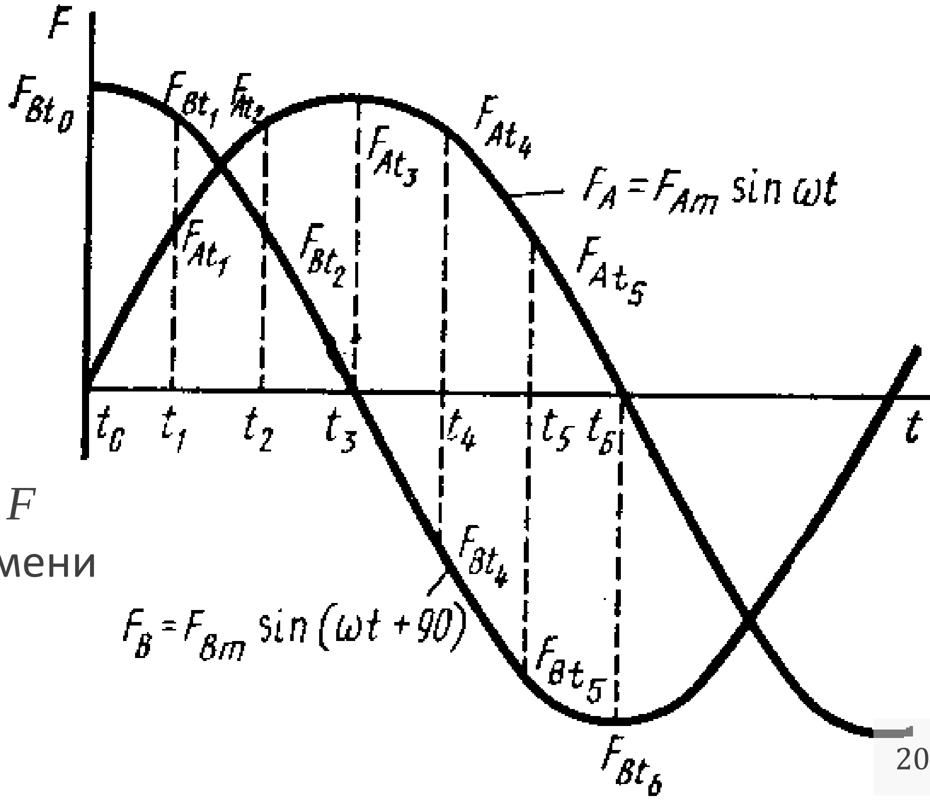
Для получения максимального кругового поля в двухфазной машине при минимальных токах (минимальных потерях) стремятся получить:

- пространственный сдвиг обмоток на угол $90°$
- временной сдвиг между токами на угол $90°$



Рассмотрим МДС симметричной двухфазной машины при симметричном питании

- пространственный сдвиг обмоток $\theta = 90°$
- временной сдвиг между МДС $\beta = 90°$



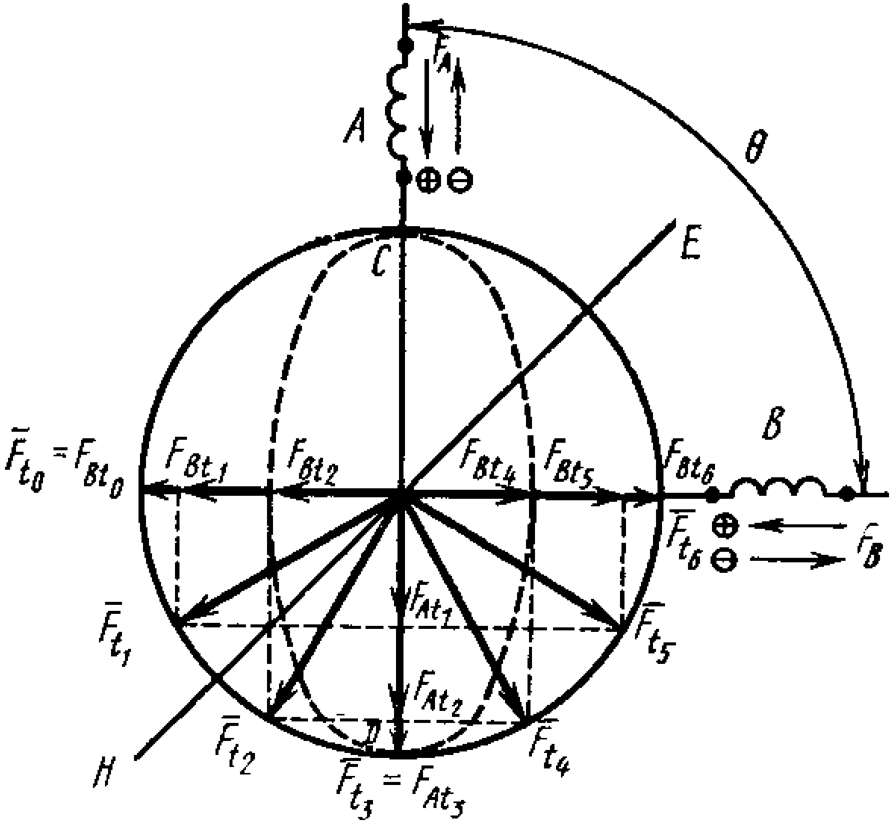
Найдем результирующую МДС F через равные промежутки времени

Годографом вектора F является окружность

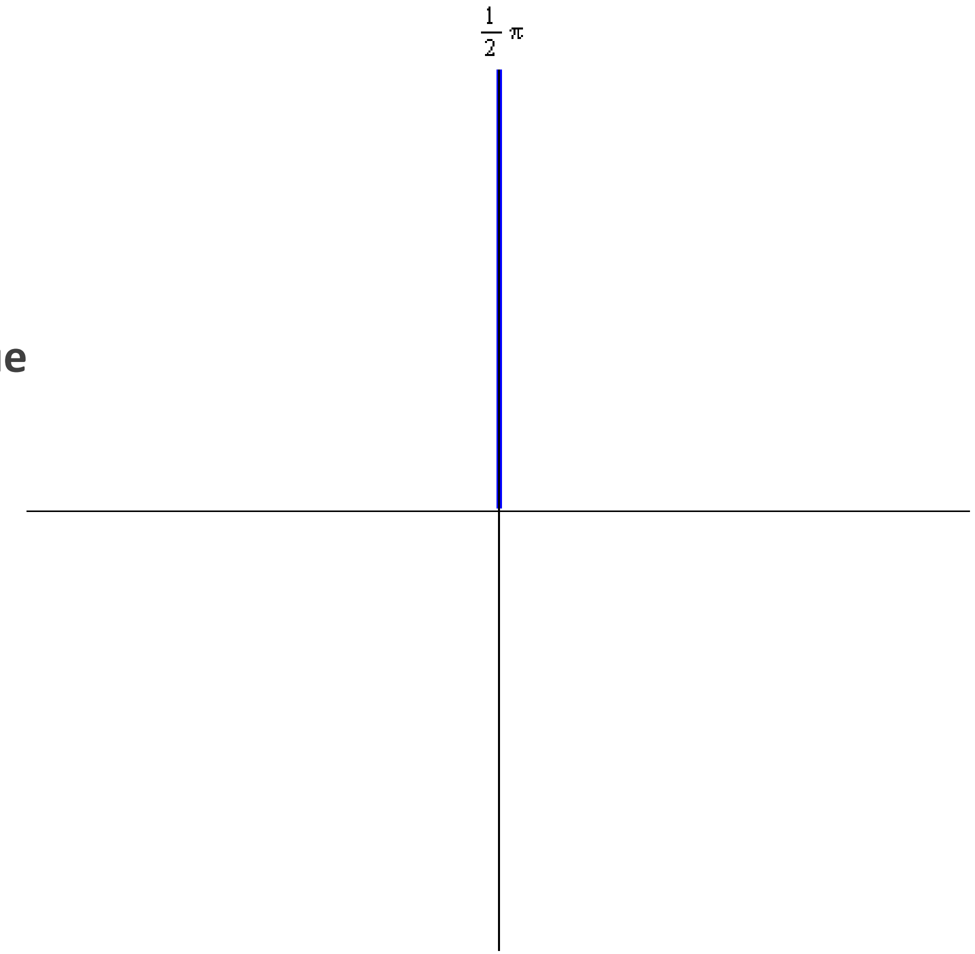
Условия получения кругового вращающегося поля

» пространственный сдвиг обмоток на угол $90°$
» временной сдвиг между токами на угол $90°$

При соблюдении этих условий
годографом вектора F является окружность



Круговое поле



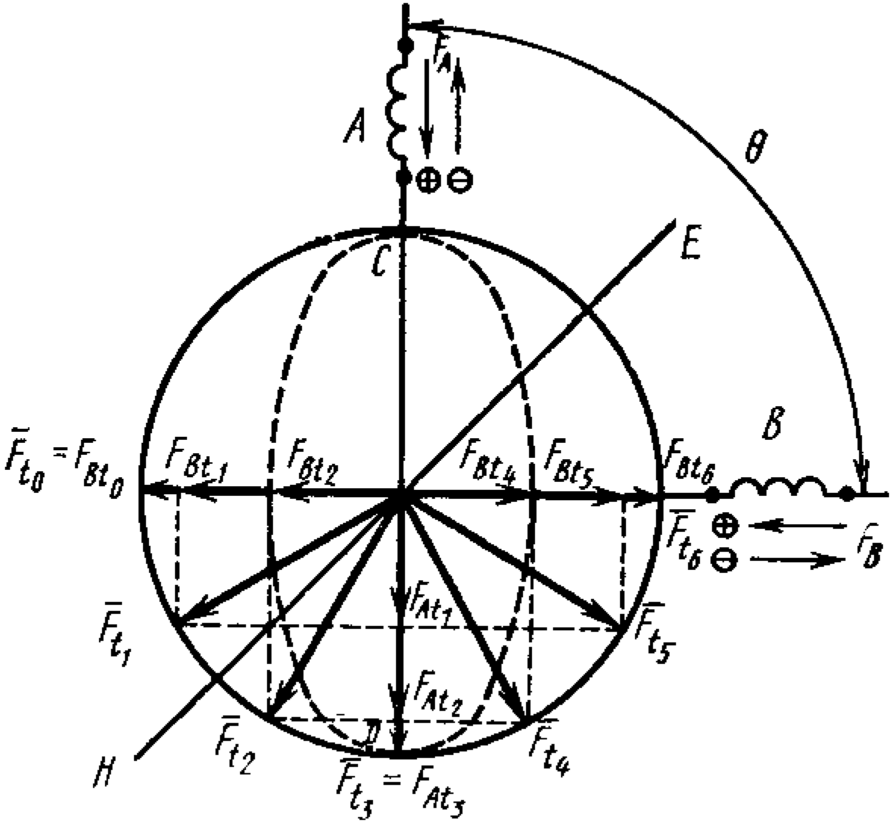
Условия получения кругового вращающегося поля

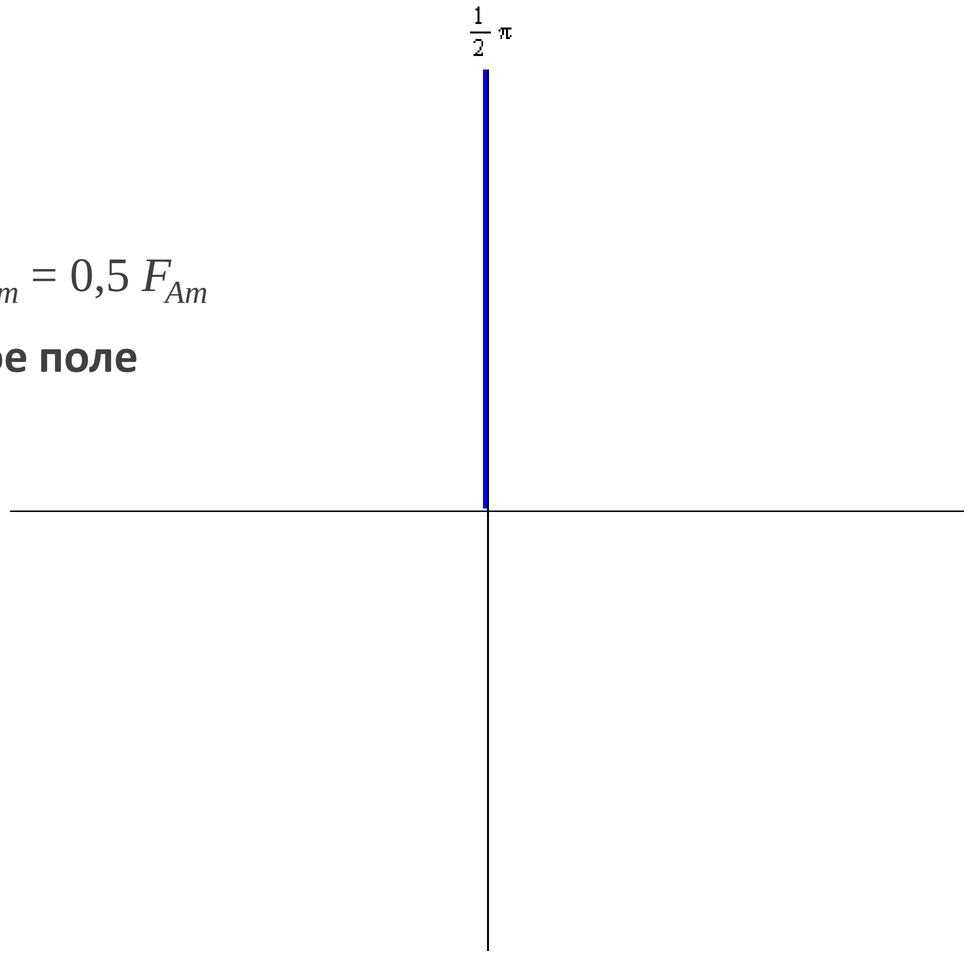
- пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- временной сдвиг между токами на угол 90°

Частичное неисполнение этих условий
– окружность превращается в эллипс

- например, $F_{Bm} = 0{,}5\ F_{Am}$

Эллиптическое поле

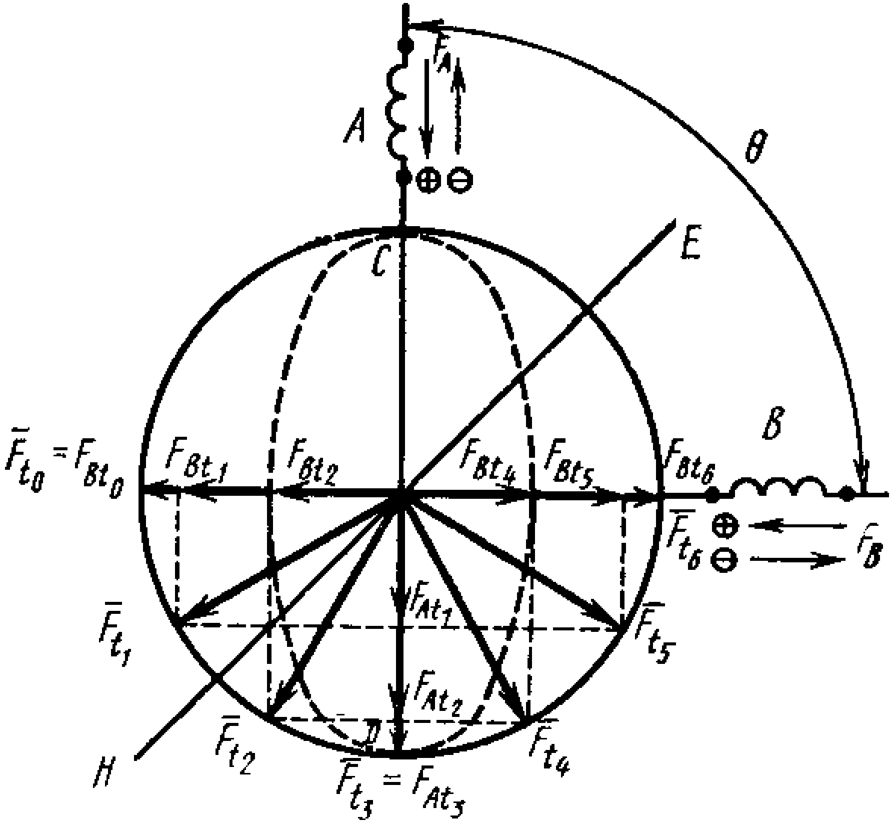




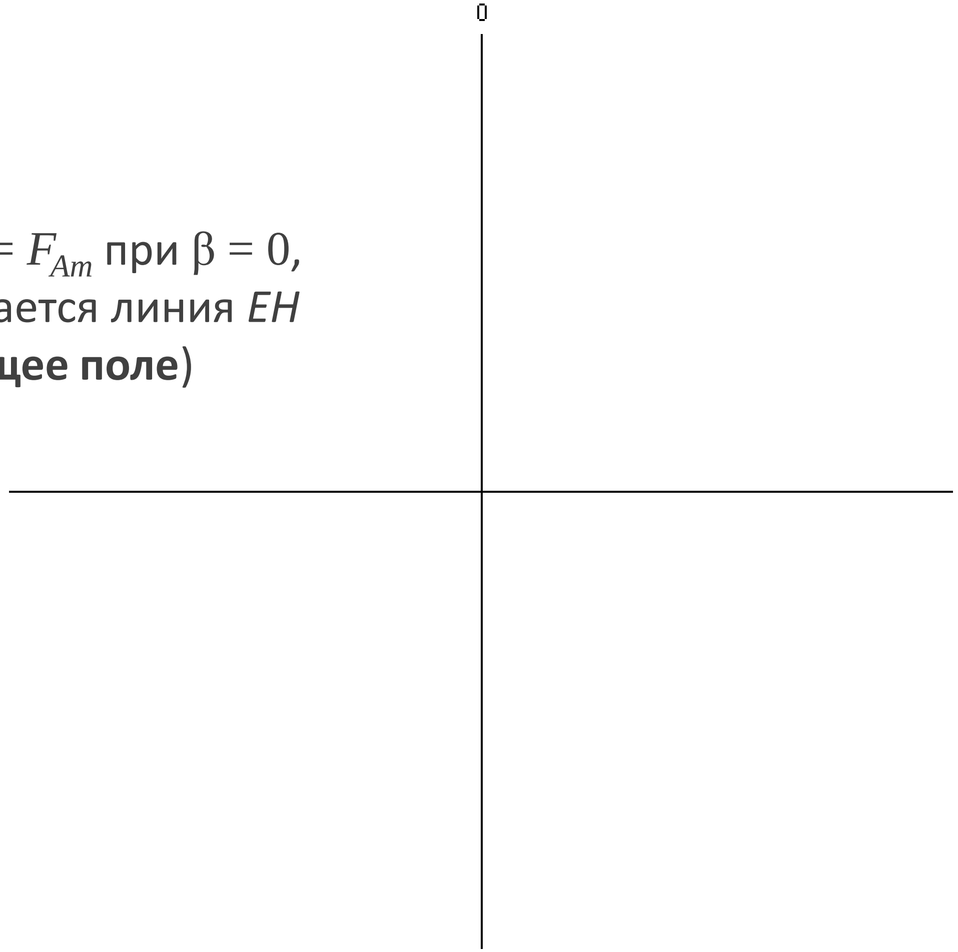
Условия получения кругового вращающегося поля

- пространственный сдвиг обмоток на угол $90°$
- временной сдвиг между токами на угол $90°$

Если $F_{Bm} = 0$, то эллипс вырождается в линию *CD*



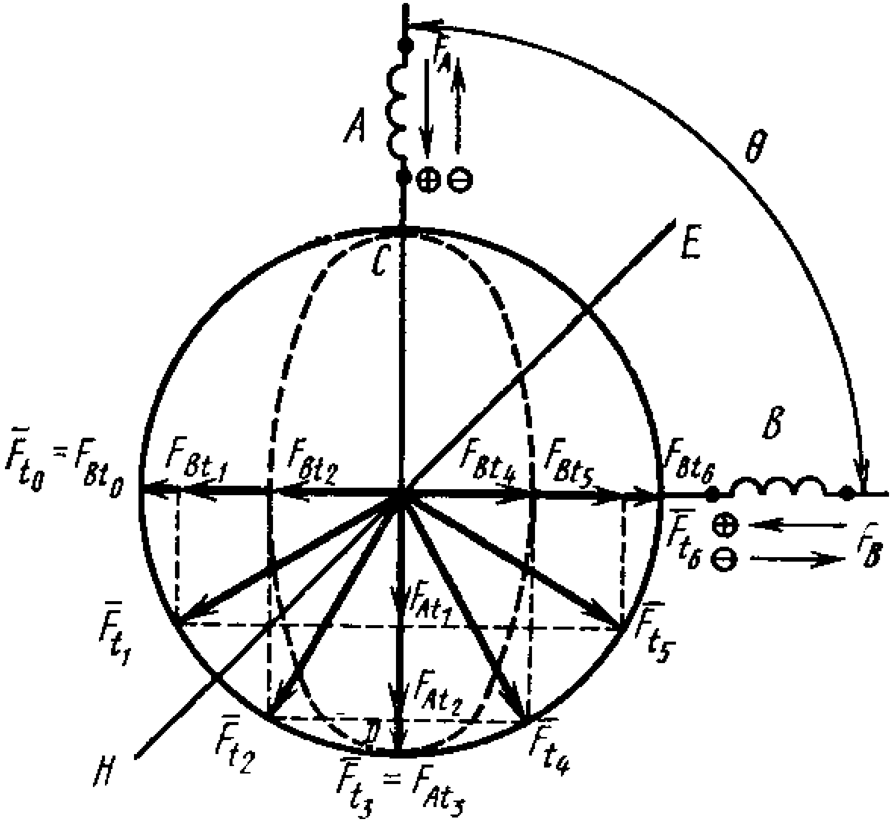
- если $F_{Bm} = F_{Am}$ при $\beta = 0$, также получается линия *EH* (**пульсирующее поле**)



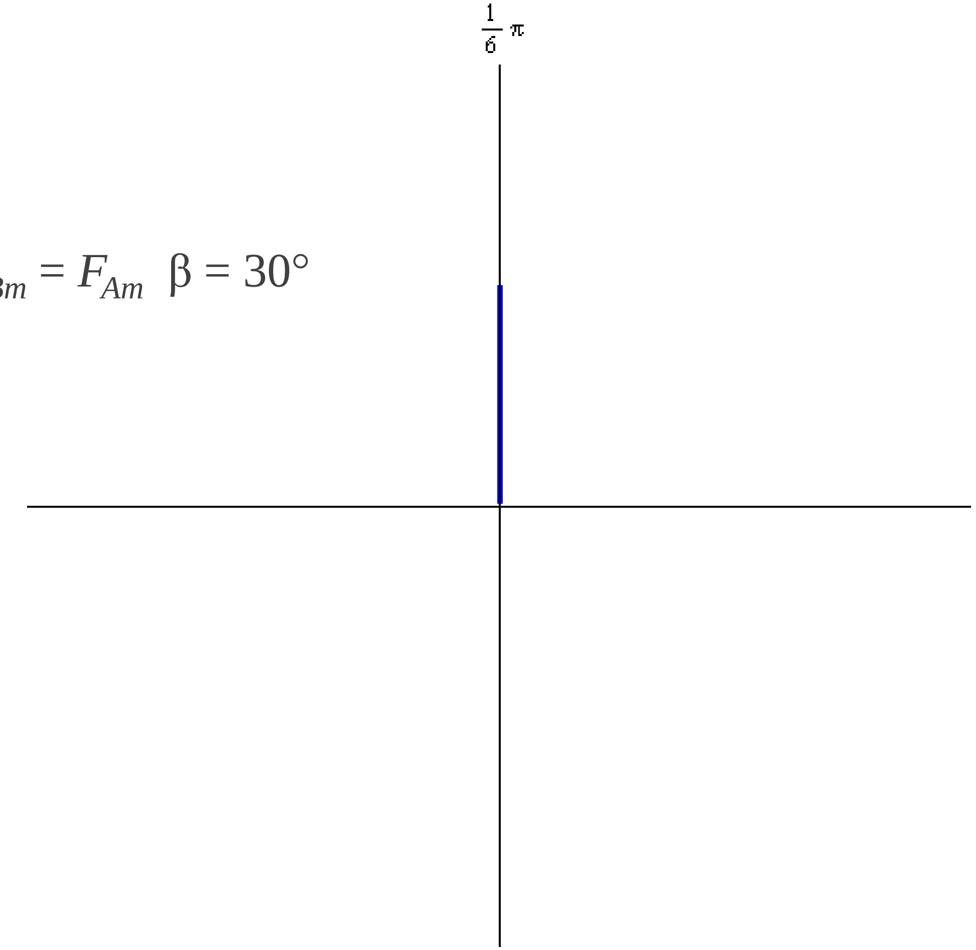
Условия получения кругового вращающегося поля

- пространственный сдвиг обмоток на угол 90°
- временной сдвиг между токами на угол 90°

На практике двухфазные машины обычно работают при эллиптическом поле



- например, $F_{Bm} = F_{Am}$ $\beta = 30°$



Особенности эллиптического поля

Эллиптическое поле образуется при наличии двух неравных МДС F_1 и F_2, вращающихся с одинаковой скоростью в разные стороны

Рассмотрим МДС в различные моменты времени: t_0, t_1, t_2 (через 1/8 периода)

$$\bar{F}_{t0} = \bar{F}_{1t0} + \bar{F}_{2t0}$$
$$\bar{F}_{t1} = \bar{F}_{1t1} + \bar{F}_{2t1}$$
$$\bar{F}_{t2} = \bar{F}_{1t2} + \bar{F}_{2t2}$$

Конец вектора результирующей МДС описывает эллипс

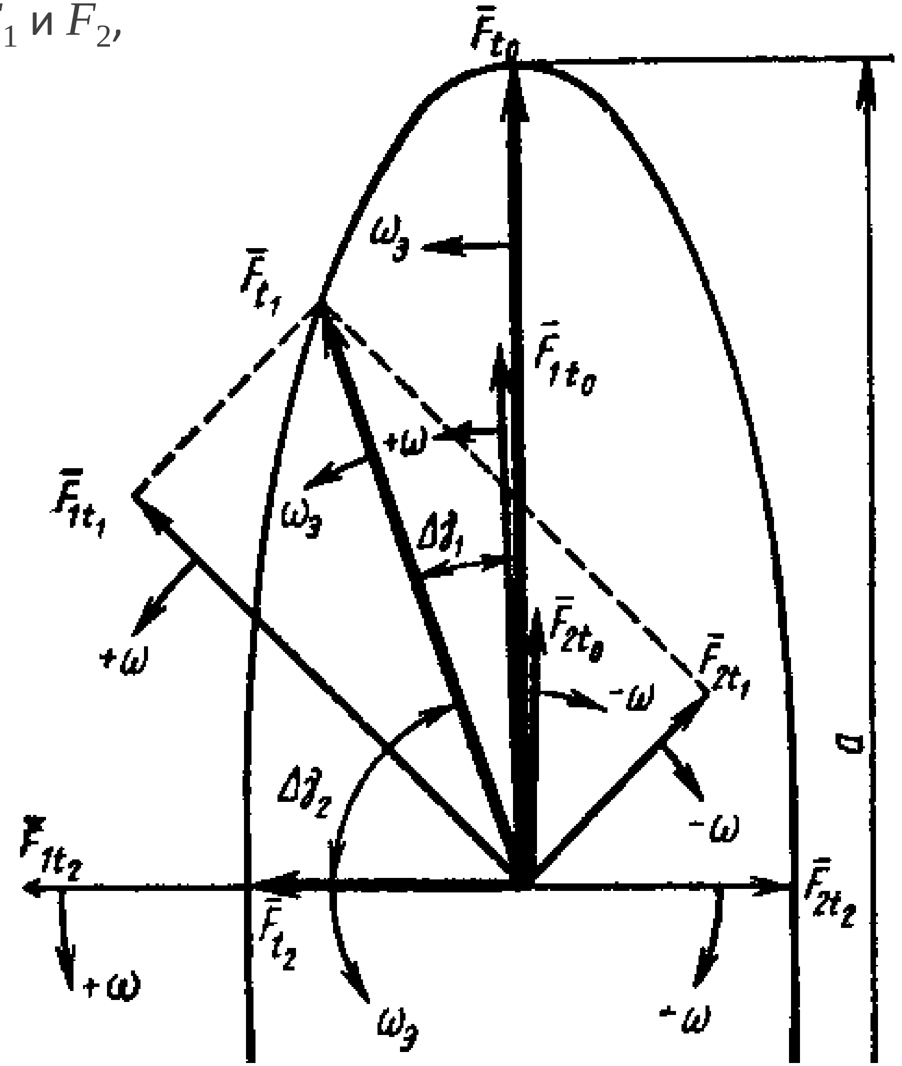
Большая ось эллипса $a = 2(F_1 + F_2)$

Малая ось эллипса $b = 2(F_1 - F_2)$

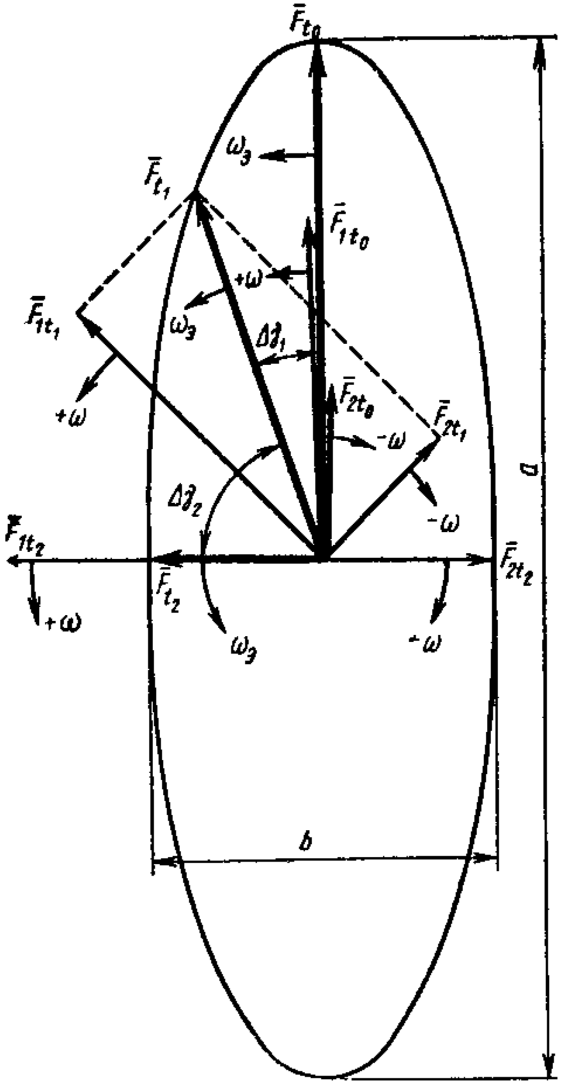
По известным параметрам эллипса можно определить МДС прямой и обратной последовательности

$$F_1 = \frac{a+b}{4} \qquad F_2 = \frac{a-b}{4}$$

» если одна из МДС равна нулю – поле круговое
» если МДС равны ($F_1 = F_2$) – поле пульсирующее



Особенности эллиптического поля



Особенность эллиптического поля – непостоянная скорость вращения вектора результирующей МДС (и результирующего поля)

За время t_0-t_1 (1/8 периода) векторы F_1 и F_2 поворачиваются в пространстве на углы $\pm 45°$

При этом результирующий вектор F поворачивается на меньший угол $\Delta\gamma_1$

За следующий интервал t_1-t_2 (1/8 периода) результирующий вектор F поворачивается на больший угол $\Delta\gamma_2$

При малых моментах инерции ротора это приводит к неравномерности вращения ротора

Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора F

В момент времени t $\quad \bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$

Проекции векторов на оси a и b

$$F_b = F_{1b} + F_{2b} = F_1 \sin \omega t + F_2 \sin(-\omega t) = (F_1 - F_2)\sin \omega t$$

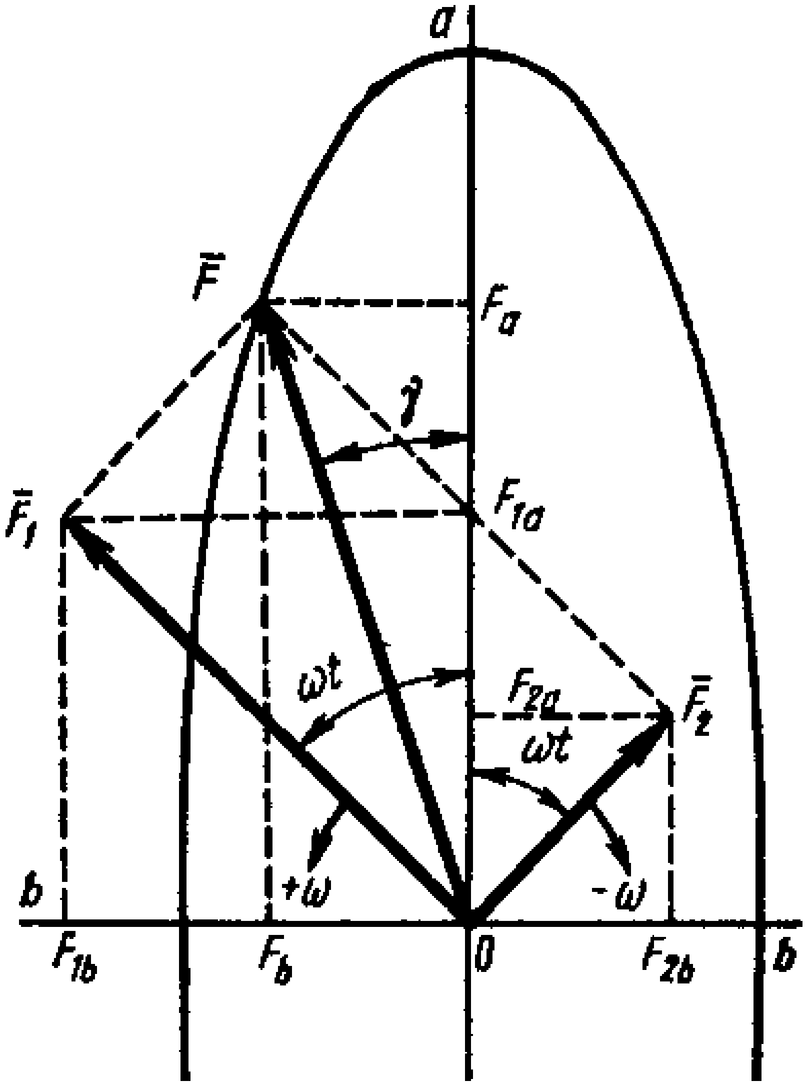
$$F_a = F_{1a} + F_{2a} = F_1 \cos \omega t + F_2 \cos(-\omega t) = (F_1 + F_2)\cos \omega t$$

Результирующий вектор МДС F за время t повернется на угол γ

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{F_b}{F_a} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}\operatorname{tg}\omega t = k \cdot \operatorname{tg}\omega t$$

где $k = \dfrac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}$ – коэффициент формы эллипса

Найдем скорость вращения через изменение угла γ



Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора F через изменение угла γ

Продифференцируем tgγ по времени $\dfrac{d\,\mathrm{tg}\,\gamma}{dt} = \dfrac{d\,\mathrm{tg}\,\gamma}{d\gamma} \cdot \dfrac{d\gamma}{dt} = \dfrac{1}{\cos^2\gamma} \cdot \dfrac{d\gamma}{dt}$

Мгновенная скорость вращения вектора F

$$\omega_э = \frac{d\gamma}{dt} = \cos^2\gamma \cdot \frac{d\,\mathrm{tg}\,\gamma}{dt}$$

с учетом производной tgγ и выражения $\cos^2\gamma = \dfrac{1}{1+\mathrm{tg}^2\gamma}$

получим $\omega_э = \dfrac{k\omega}{1-(1-k^2)\sin^2\omega t} = \omega N^*$

Коэффициент N^* непостоянен во времени $\rightarrow$ непостоянна мгновенная скорость $\omega_э$

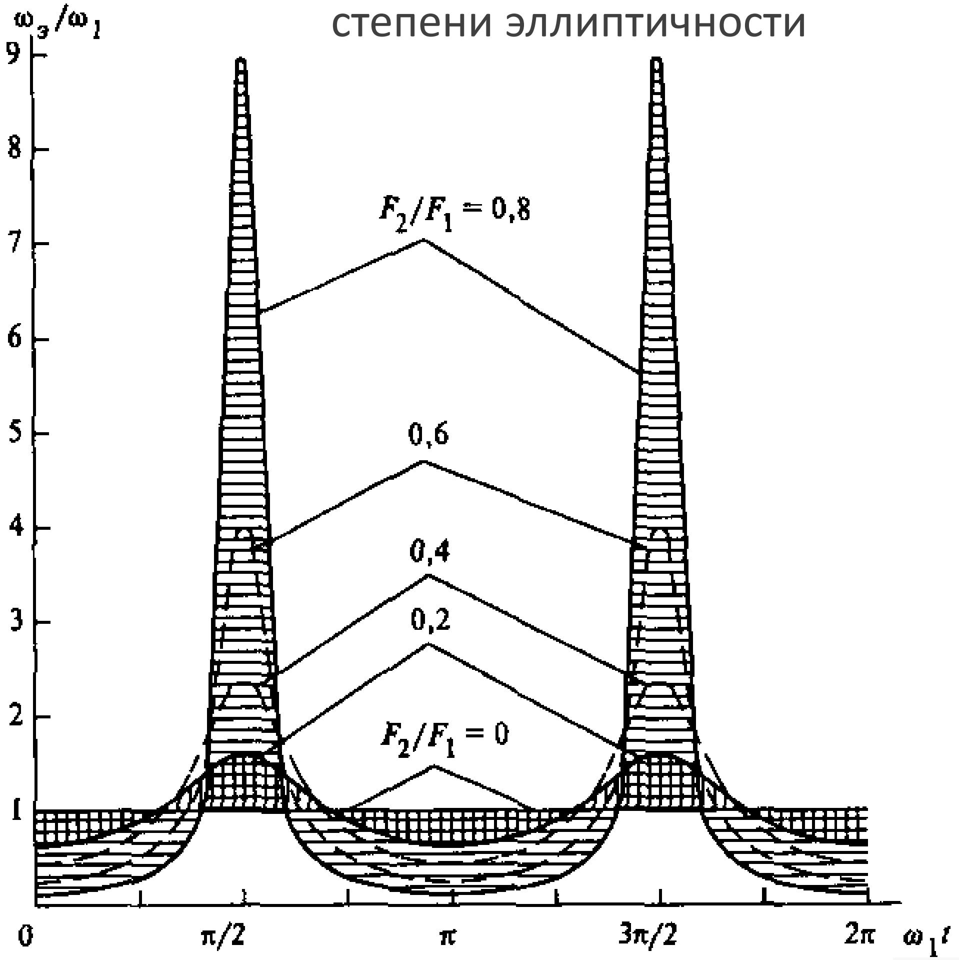
Максимум скорости – при $\omega t = 90°$ и $\omega t = 270°$, т.е. когда F совпадает с малой осью эллипса b

$$\omega_{э\max} = \frac{\omega}{k} = \frac{F_1+F_2}{F_1-F_2} \cdot \omega$$

Минимум скорости – при $\omega t = 0°$ и $\omega t = 180°$, т.е. когда F совпадает с большой осью эллипса a

$$\omega_{э\min} = k \cdot \omega = \frac{F_1-F_2}{F_1+F_2} \cdot \omega$$

$\omega_э = f(\omega t)$ для разной степени эллиптичности



Двухфазные асинхронные двигатели

(микродвигатели)

Асинхронные микродвигатели

Конструкция:

» Статор – сердечник с пазами и двумя распределенными обмотками

обмотки сдвинуты в пространстве на 90°

$\rightarrow$ можно получить круговое поле

при минимальных токах и потерях в обмотках

» Ротор – короткозамкнутый

Питание:

» обычно – от однофазной сети («однофазные двигатели»)

Несимметрия:

» разное число витков в обмотках

» иногда разное число пазов на обмотку

Как правило – несимметричный режим работы (эллиптическое поле) при электрической несимметрии (но симметрии магнитной цепи)

$\rightarrow$ <u>двухфазный несимметричный асинхронный двигатель</u>

Асинхронные микродвигатели

Методы анализа несимметричных ЭМ

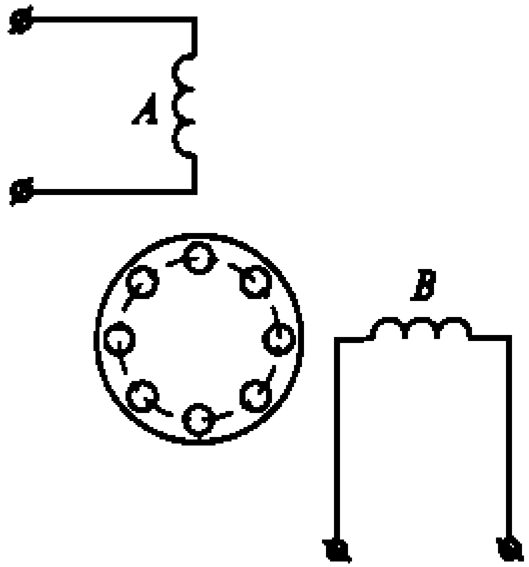
» ***Метод вращающихся полей***
фаза при питании переменным током → пульсирующее поле
→ прямо- и обратно- вращающиеся поля (круговые)
→ сумма таких полей от каждой фазы
→ анализ круговых полей и метод суперпозиции

» ***Метод симметричных составляющих***
электрическая несимметрия / несимметричное питание
→ разложение несимметричной системы токов/напряжений на симметричные составляющие
→ анализ симметричных составляющих и метод суперпозиции

» ***Метод двух реакций***
магнитная несимметрия (явнополюсность)
→ переход к системе координат *d-q*, вращающейся с ротором
(по каждой оси в отдельности $R\mu$ = const)
→ анализ составляющих поля по каждой оси и метод суперпозиции

Асинхронные микродвигатели

Базовая асинхронная машина для анализа



- короткозамкнутый ротор
- 2 перпендикулярные обмотки A и B на статоре
- равные числа одинаковых пазов на фазу $N_{zA} = N_{zB}$
- разные числа витков в фазе $w_{\text{ф}A} \neq w_{\text{ф}B}$

также разные эффективные числа витков w_A $(=k_{\text{о}A} w_{\text{ф}A}) \neq w_B$ $(=k_{\text{о}B} w_{\text{ф}B})$

- $\rightarrow$ разные сопротивления фаз

  $r_A \neq r_B$, $x_A \neq x_B \rightarrow Z_A \neq Z_B$

Для получения кругового поля в такой машине необходимо выполнение условия $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$ или $\dfrac{0{,}9\dot{I}_A w_A}{p} = -j\dfrac{0{,}9\dot{I}_B w_B}{p}$

(в машинах с симметричной магнитной системой равенство МДС $\rightarrow$ равенство потоков)

Т.е. токи должны быть обратно пропорциональны числам витков: $\dfrac{I_A}{I_B} = \dfrac{w_B}{w_A}$

здесь $I'_B = kI_B$ – ток фазы B, приведенный к числу витков фазы A

и смещены во времени на $\beta = 90°$: $\dot{I}_A = -j\dot{I}_B \dfrac{w_B}{w_A} = -j\dot{I}'_B$

$k = \dfrac{w_B}{w_A}$ – коэффициент трансформации

Внимание! В разных учебниках разное определение $k \rightarrow$ разные формулы!

Асинхронные микродвигатели

Итак, для получения кругового поля $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$

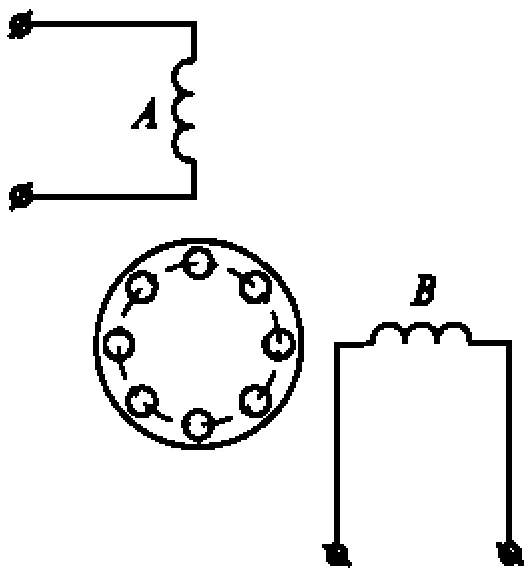
Поскольку измерять МДС или потоки затруднительно, можно анализировать напряжения

$$\dot{U}_A = -\dot{E}_A + \dot{I}_A Z_A \qquad \dot{U}_B = -\dot{E}_B + \dot{I}_B Z_B$$

Традиционно полагают

$$U_A \approx E_A = 4,44\, f w_A \Phi_A \qquad U_B \approx E_B = 4,44\, f w_B \Phi_B$$

Откуда потоки $\Phi_A \approx \dfrac{U_A}{4,44\, f w_A}$ $\qquad \Phi_B \approx \dfrac{U_B}{4,44\, f w_B}$



При равенстве потоков ($\Phi_A = \Phi_B \rightarrow$ поле круговое) должно быть $\dfrac{U_A}{w_A} = \dfrac{U_B}{w_B}$

(т.е. равны напряжения, приходящиеся на 1 виток)

Таким образом, для получения кругового поля надо подать на фазы напряжения

$$\dot{U}_A = -j\dot{U}_B \frac{w_A}{w_B} = -j\frac{\dot{U}_B}{k} = -j\dot{U}'_B$$

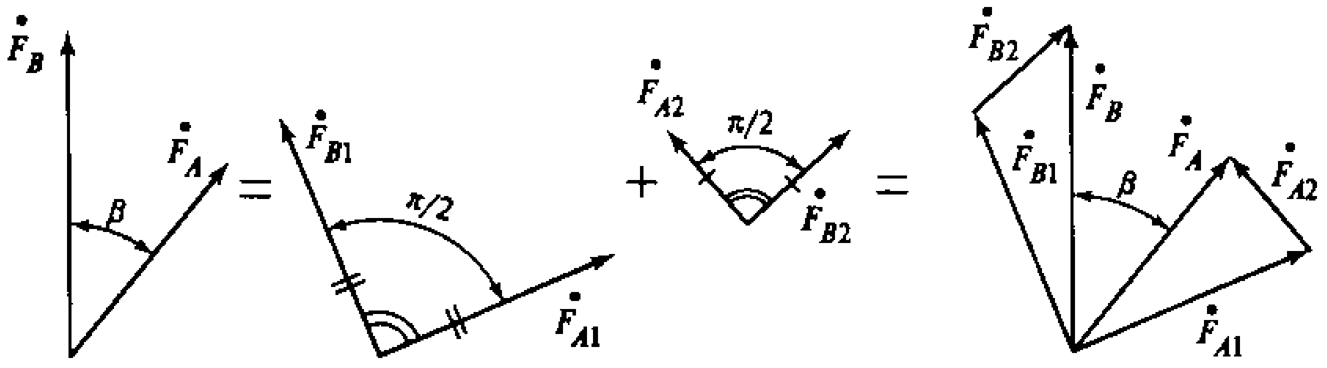
К сожалению, на практике напряжения/токи несимметричны

Метод симметричных составляющих

Для двухфазных цепей

Метод симметричных составляющих

Любая несимметричная система векторов A и B, сдвинутых во времени на произвольный угол β, может быть разложена на две симметричные системы, каждая из которых состоит из двух векторов, равных по амплитуде и сдвинутых во времени на 90°



- Одна из этих систем имеет такое же чередование векторов A_1 и B_1, что и исходная система (система векторов *прямой последовательности*)
- Другая система имеет чередование векторов A_2 и B_2, обратное исходной (система векторов *обратной последовательности*)

Суммы одноименных векторов симметричных систем равны исходным векторам

$$\dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \qquad \dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2}$$

Векторы симметричных систем связаны между собой равенствами («симметричные составляющие»)

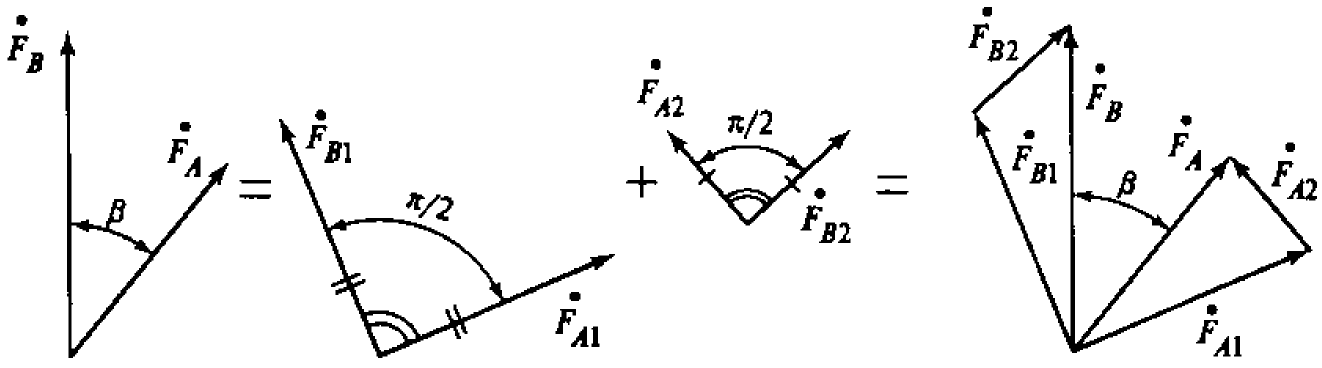
$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1} \qquad \dot{F}_{B2} = -j\dot{F}_{A2}$$

Симметричная система МДС создает круговое поле

Метод симметричных составляющих

Для разложения несимметричной системы векторов
выразим F_B через составляющие F_A
и найдем выражения для этих составляющих

Итак, $\dot F_B = \dot F_{B1} + \dot F_{B2} = j\dot F_{A1} - j\dot F_{A2}$ или $-j\dot F_B = \dot F_{A1} - \dot F_{A2}$



Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \dot F_A = \dot F_{A1} + \dot F_{A2} \\ -j\dot F_B = \dot F_{A1} - \dot F_{A2} \end{cases}$$

найдем выражения для составляющих F_A

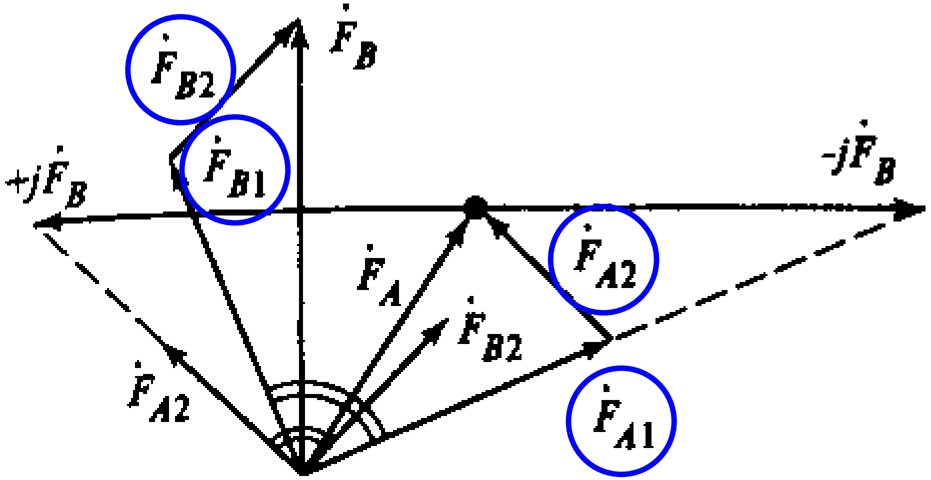
$$\dot F_{A1} = \frac{\dot F_A - j\dot F_B}{2} \qquad \dot F_{A2} = \frac{\dot F_A + j\dot F_B}{2}$$

При этом составляющие F_B

$$\dot F_{B1} = j\dot F_{A1} \qquad \dot F_{B2} = -j\dot F_{A2}$$

Метод симметричных составляющих

Можно определить симметричные составляющие графически



$$\dot F_{A1} = \frac{\dot F_A - j\dot F_B}{2}$$

$$\dot F_A = \dot F_{A1} + \dot F_{A2} \quad \rightarrow \quad \dot F_{A2} = \dot F_A - \dot F_{A1}$$

$$\dot F_{B1} = j\dot F_{A1}$$

$$\dot F_B = \dot F_{B1} + \dot F_{B2} \quad \rightarrow \quad \dot F_{B2} = \dot F_B - \dot F_{B1}$$

Метод симметричных составляющих

Обычно пользуются векторами не МДС, а токов

Симметричная система токов получится при использовании приведенных токов

Тогда, с учетом приведения числа витков
Метод симметричных составляющих запишется как

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \qquad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} \qquad \dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2}$$

$$k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \qquad k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$

Метод симметричных составляющих
позволяет заменять эллиптическое поле
на сумму двух круговых полей,
вращающихся в противоположные стороны

Уравнения пригодны для анализа
любых несимметричных машин
с двумя взаимно перпендикулярными обмотками

Они годятся и для анализа однофазных машин
(предельный случай несимметрии)

Метод симметричных составляющих

Рассмотрим однофазную машину

Для этого положим в двухфазной машине $I_B = 0$

Тогда $\dot{I}_{A1} = \dfrac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} = \dfrac{\dot{I}_A}{2}$

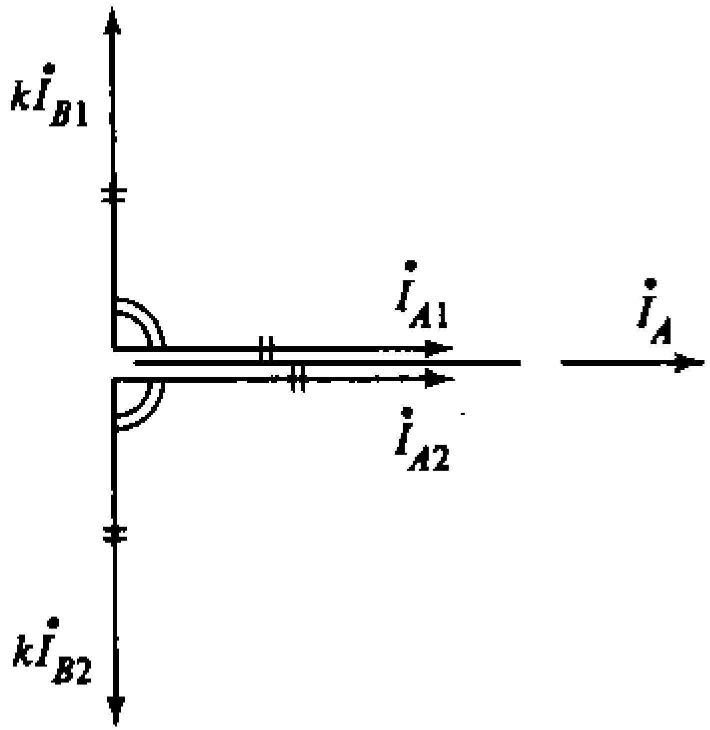
$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2} = \frac{\dot{I}_A}{2}$$

Проверим $\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = \dfrac{\dot{I}_A}{2} + \dfrac{\dot{I}_A}{2} = \dot{I}_A$

При этом $k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \qquad k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} = \frac{j\dot{I}_A}{2k} \qquad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k} = -\frac{j\dot{I}_A}{2k}$$

Проверим $\dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} = \dfrac{j\dot{I}_A}{2k} - \dfrac{j\dot{I}_A}{2k} = 0$



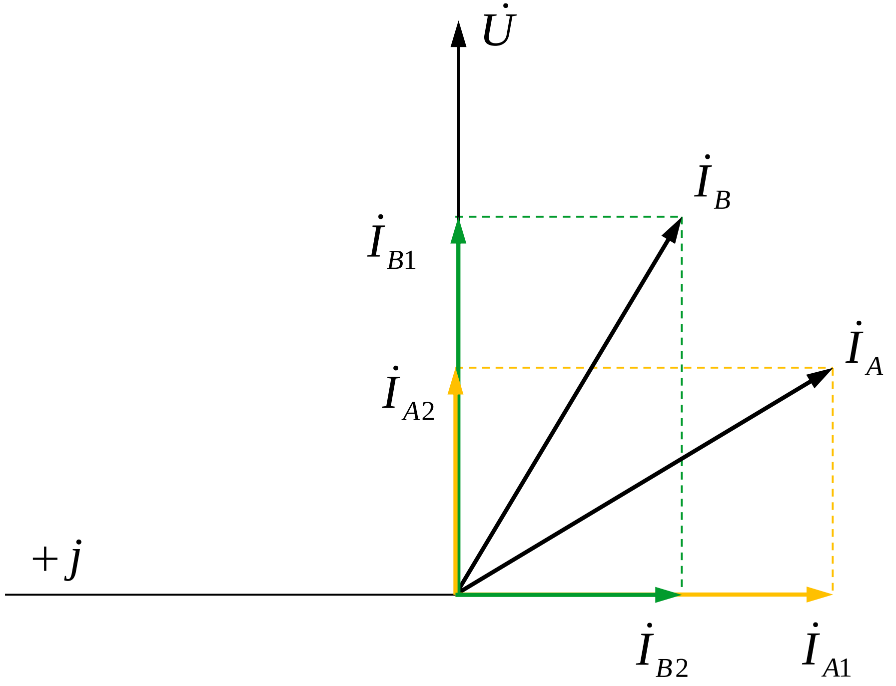
Метод симметричных составляющих

Пример

Дано: вектор тока фазы A $\quad \dot I_A = 1e^{-j\frac{\pi}{3}}$

вектор тока фазы B $\quad \dot I_B = 1e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Коэффициент трансформации $k = 1$



Найти симметричные составляющие токов

$$\dot I_{A1} = \frac{\dot I_A - jk\dot I_B}{2}$$

$$\dot I_{A1} = \frac{1\cdot\left(\cos(-60°) + j\sin(-60°)\right) - j\cdot 1\cdot 1\cdot\left(\cos(-30°) + j\sin(-30°)\right)}{2}$$

$$\dot I_{A1} = \frac{(0,5 - j0,866) - j(0,866 - j0,5)}{2} \qquad \dot I_{A1} = -j0,866\,[\mathrm{A}]$$

$$\dot I_{A2} = \frac{\dot I_A + jk\dot I_B}{2} = \frac{1\cdot\left(\cos(-60°) + j\sin(-60°)\right) + j\cdot 1\cdot 1\cdot\left(\cos(-30°) + j\sin(-30°)\right)}{2}$$

$$\dot I_{A2} = \frac{(0,5 - j0,866) + j(0,866 - j0,5)}{2} \qquad \dot I_{A2} = 0,5\,[\mathrm{A}]$$

$$\dot I_{B1} = \frac{j\dot I_{A1}}{k} = \frac{j(-j0,866)}{1} = 0,866\,[\mathrm{A}]$$

$$\dot I_{B2} = \frac{-j\dot I_{A2}}{k} = \frac{-j(0,5)}{1} = -j0,5\,[\mathrm{A}]$$

Уравнения двухфазных асинхронных машин

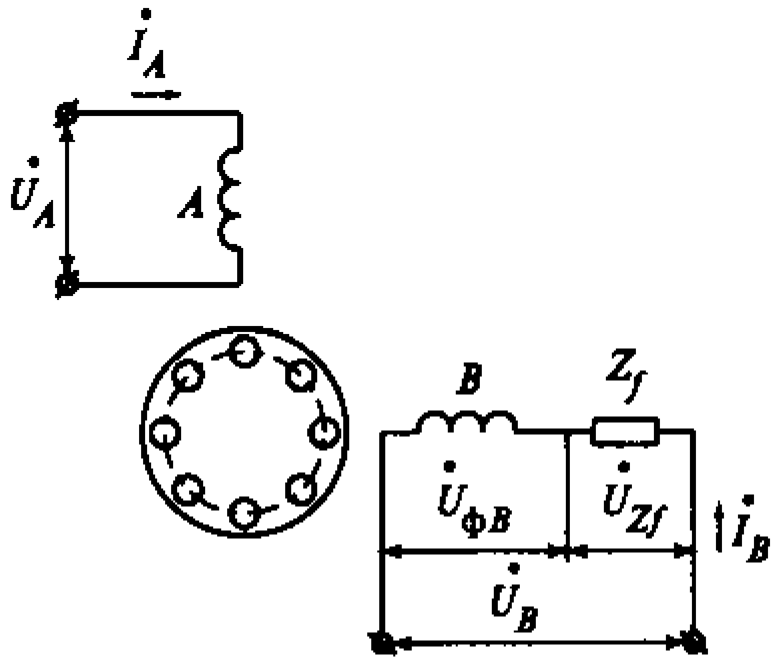
Расчет составляющих токов

Уравнения двухфазных асинхронных машин

Наиболее общая схема
двухфазной несимметричной асинхронной машины

» Обмотки статора с разным числом эффективных витков $w_A \neq w_B$
» Фазосдвигающий элемент Z_f в фазе B
» На фазе A – напряжение U_A
» Напряжение U_B – на обмотке фазы B и фазосдвигающем элементе Z_f
» U_B делится между $U_{фB}$ и U_{Zf}

» В общем случае напряжения U_A и U_B не равны по величине и сдвинуты на произвольный угол β



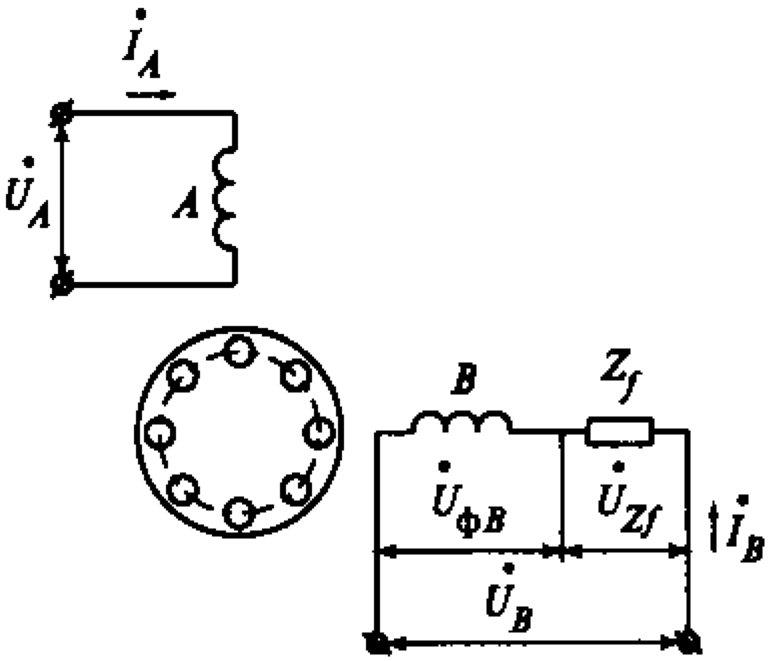
Уравнения двухфазных асинхронных машин

В несимметричной асинхронной машине токи фаз A и B образуют несимметричную систему токов

Разложим их на симметричные составляющие

$$\dot I_{A1} = \frac{\dot I_A - jk\dot I_B}{2} \qquad \dot I_{A2} = \frac{\dot I_A + jk\dot I_B}{2} \qquad \dot I_{B1} = \frac{j\dot I_{A1}}{k} \qquad \dot I_{B2} = -\frac{j\dot I_{A2}}{k}$$

$$\dot I_A = \dot I_{A1} + \dot I_{A2} \qquad \dot I_B = \dot I_{B1} + \dot I_{B2}$$



Напряжения фаз запишем как падения напряжения

$$\dot U_A = \dot I_{A1} Z_{A1} + \dot I_{A2} Z_{A2} = \dot U_{A1} + \dot U_{A2}$$

$$\dot U_B = \dot I_{B1} Z_{B1} + \dot I_{B2} Z_{B2} = \dot U_{B1} + \dot U_{B2}$$

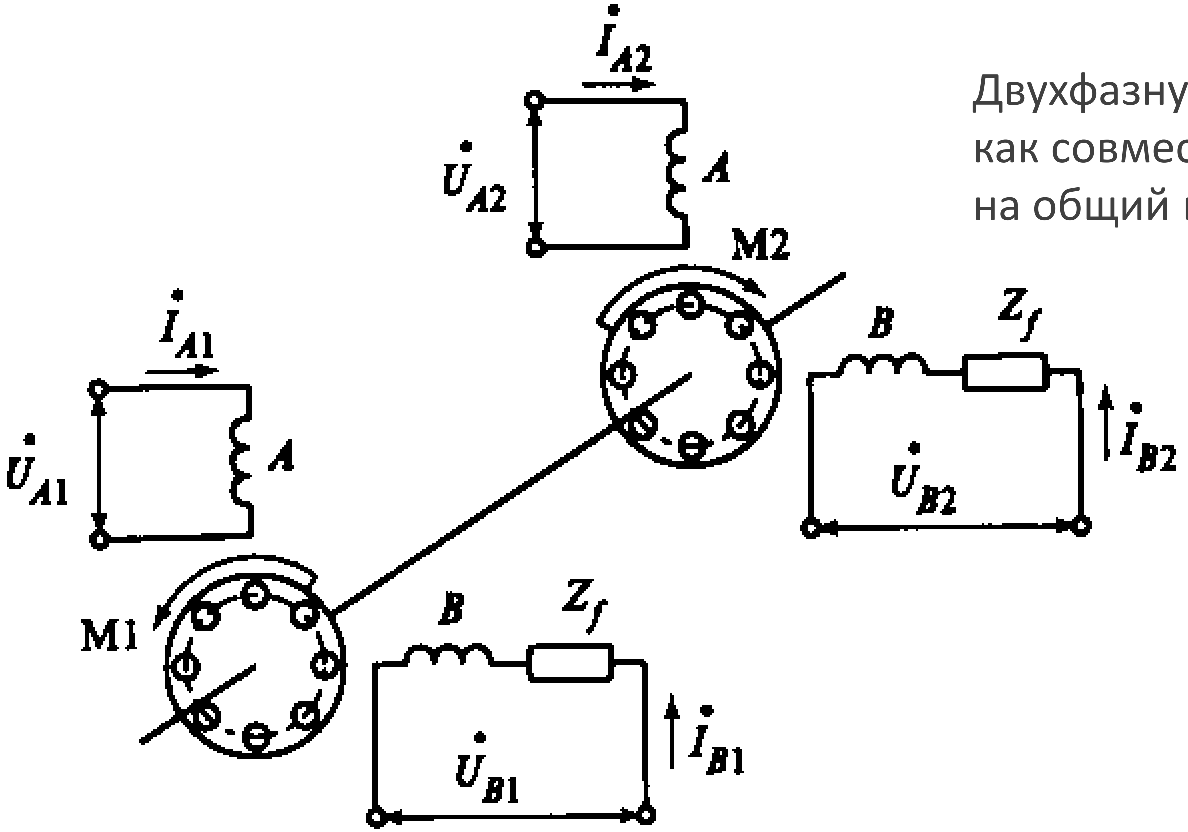
$\dot U_{A1}, \dot U_{A2}$ – падения напряжения на сопротивлениях Z_{A1}, Z_{A2} фазы A от токов I_{A1}, I_{A2}

$\dot U_{B1}, \dot U_{B2}$ – падения напряжения на сопротивлениях Z_{B1}, Z_{B2} фазы B от токов I_{B1}, I_{B2}

Если токи фаз разложены на симметричные составляющие,
то векторы U_{A1}, U_{B1} и U_{A2}, U_{B2} не образуют симметричные системы напряжений (из-за наличия Z_f)

Уравнения двухфазных асинхронных машин

Токи прямой составляющей I_{A1}, I_{B1} создают прямовращающееся круговое поле и вращающий момент
Токи обратной составляющей I_{A2}, I_{B2} создают обратновращающееся круговое поле и тормозной момент



Двухфазную несимметричную машину можно представить как совместную работу двух двухфазных симметричных машин на общий вал

Это модель, а в реальности:

» в фазе A протекают токи I_{A1} и I_{A2} (вместе $\rightarrow I_A$)
» в фазе B протекают токи I_{B1} и I_{B2} (вместе $\rightarrow I_B$)
» в обмотке ротора протекают токи, наведенные прямо-вращающимся и обратно-вращающимся полями статора

Уравнения двухфазных асинхронных машин

В системе уравнений
$$\begin{cases}\dot U_A = \dot I_{A1} Z_{A1} + \dot I_{A2} Z_{A2}\\ \dot U_B = \dot I_{B1} Z_{B1} + \dot I_{B2} Z_{B2}\end{cases}$$

выразим токи фазы B через токи фазы A $\quad \dot I_{B1} = \dfrac{j\dot I_{A1}}{k} \qquad \dot I_{B2} = -\dfrac{j\dot I_{A2}}{k}$

Получим
$$\begin{cases}\dot U_A = \dot I_{A1} Z_{A1} + \dot I_{A2} Z_{A2}\\ -jk\dot U_B = \dot I_{A1} Z_{B1} - \dot I_{A2} Z_{B2}\end{cases}$$

Решим систему уравнений относительно токов фазы A

Прямая составляющая тока фазы A
$$\dot I_{A1} = \frac{\dot U_A Z_{B2} - jk\dot U_B Z_{A2}}{Z_{A1} Z_{B2} + Z_{A2} Z_{B1}}$$

Обратная составляющая тока фазы A
$$\dot I_{A2} = \frac{\dot U_A Z_{B1} + jk\dot U_B Z_{A1}}{Z_{A1} Z_{B2} + Z_{A2} Z_{B1}}$$

Составляющие тока фазы B тогда
$$\dot I_{B1} = \frac{j\dot I_{A1}}{k} \qquad \dot I_{B2} = -\frac{j\dot I_{A2}}{k}$$

Это решение для самого общего случая двухфазной несимметричной асинхронной машины

Схемы замещения несимметричных асинхронных машин

(микромашин)

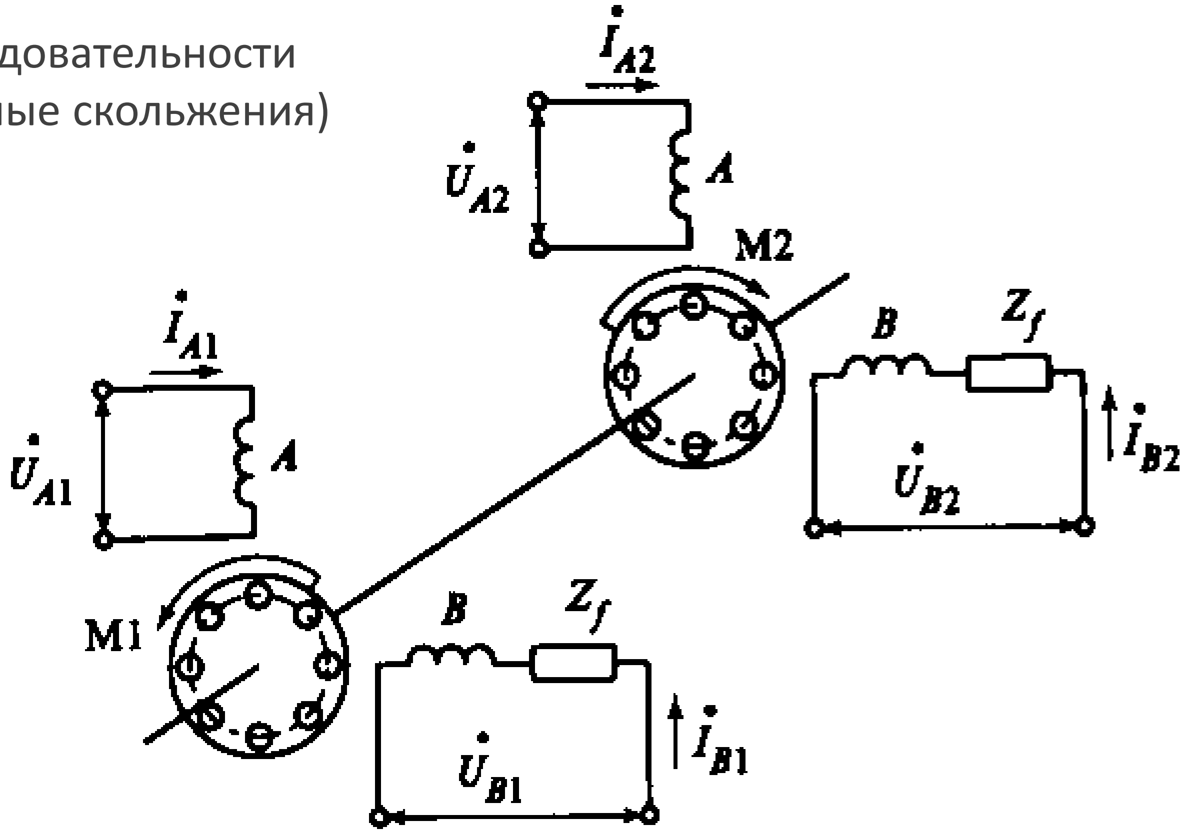
Схемы замещения асинхронных машин

Схема замещения – модель полного сопротивления фазы обмотки

Полное сопротивление фазы содержит сопротивление обмотки статора и сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу витков и фаз обмотки статора – для каждой симметричной составляющей

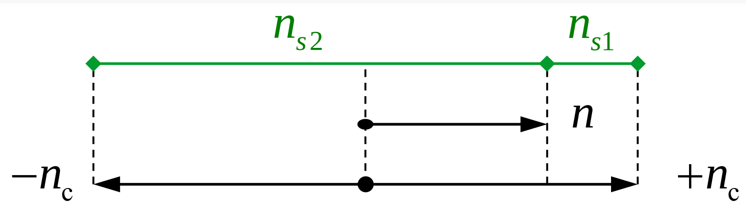
При вращающемся роторе поля прямой и обратной последовательности вращаются относительно ротора с разной скоростью (разные скольжения)
→ они наводят в роторе ЭДС и токи разной частоты
→ сопротивления обмотки ротора токам прямой и обратной последовательности разные
→ сопротивления ротора, приведенные к обмотке статора, также разные
→ различаются полные сопротивления любой фазы токам прямой и обратной последовательности

$$Z_{A1} \neq Z_{A2} \qquad Z_{B1} \neq Z_{B2}$$

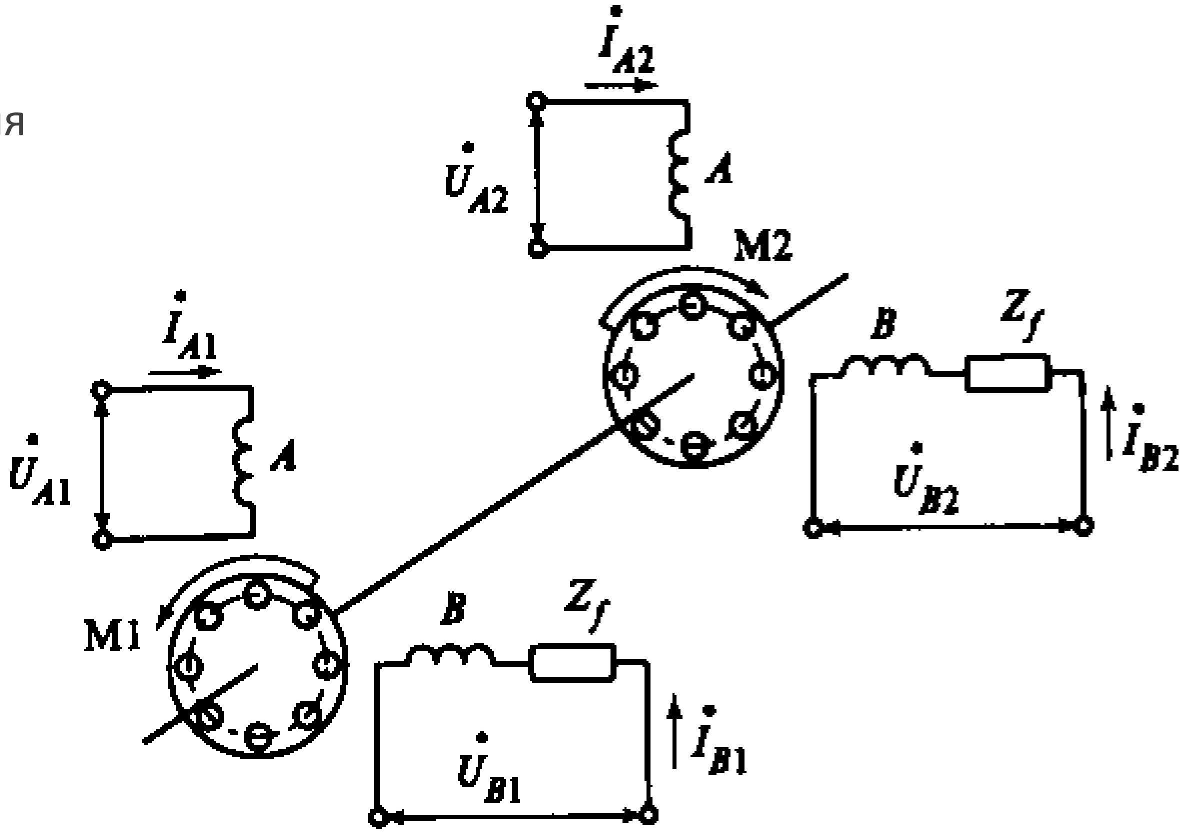


Схемы замещения асинхронных машин

Найдем скольжение ротора относительно прямого и обратного поля



» скорость поля прямой последовательности $+n_c$
» скорость поля обратной последовательности $-n_c$
» скорость вращения ротора $+n$
» скорость скольжения ротора относительно прямого поля
$$n_{s1} = n_c - n$$
» скольжение ротора относительно прямого поля
$$s_1 = \frac{n_{s1}}{n_c} = \frac{n_c - n}{n_c} = s$$
» скорость скольжения ротора относительно обратного поля
$$n_{s2} = 2n_c - n_{s1}$$
» скольжение ротора относительно обратного поля
$$s_2 = \frac{n_{s2}}{n_c} = \frac{2n_c - n_{s1}}{n_c} = 2 - s$$

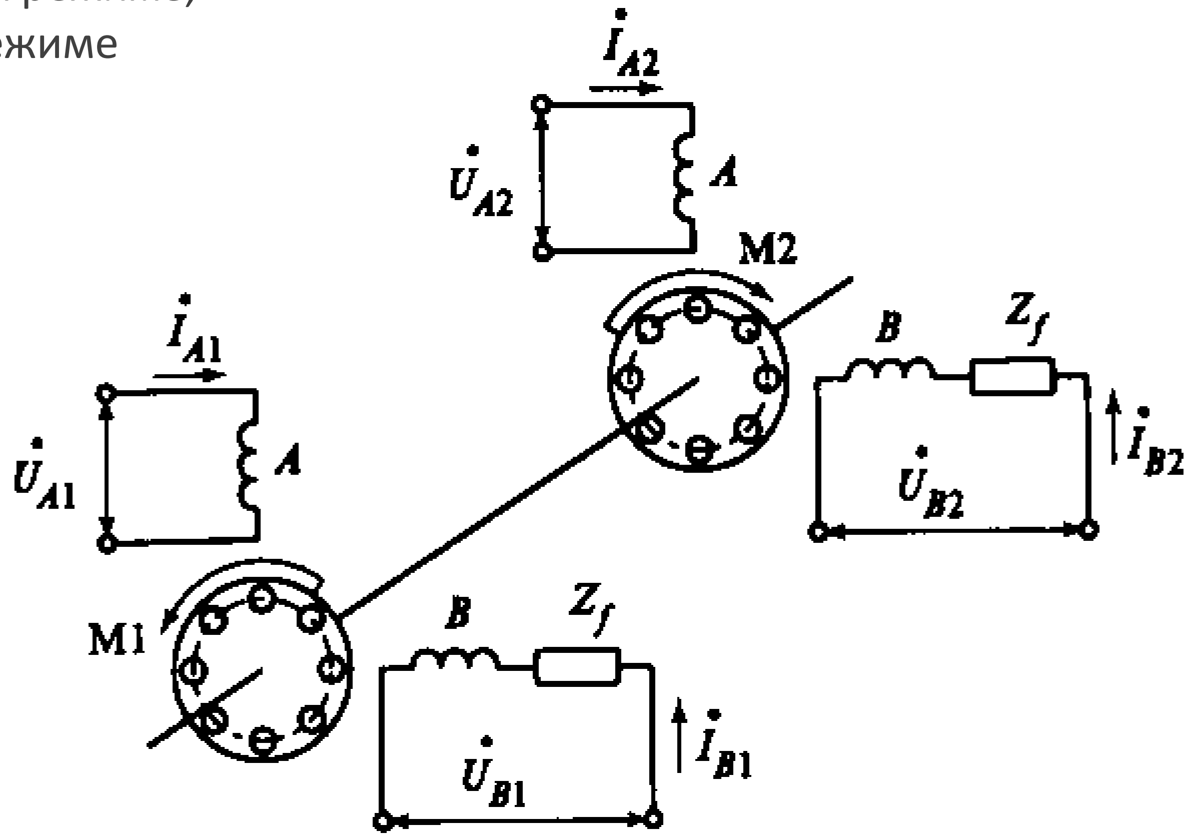


Схемы замещения асинхронных машин

Для исследования двухфазной несимметричной машины необходимо использовать четыре схемы замещения

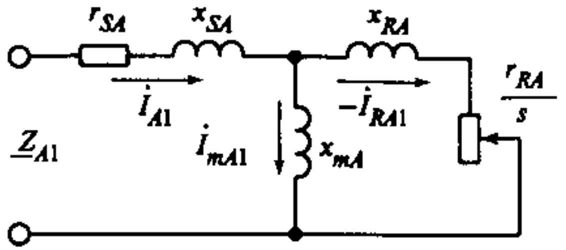
Если машина 1 со скольжением s работает в двигательном режиме, то машина 2 со скольжением $2\text{-}s$ работает в тормозном режиме

- Для машины 1 схемы замещения фаз A и B токам прямой последовательности I_{A1}, I_{B1} будут аналогичны схеме замещения обычного (симметричного) АД при скольжении s
- Для машины 2 схемы замещения фаз A и B токам обратной последовательности I_{A2}, I_{B2} будут отличаться только скольжением ротора ($2\text{-}s$ вместо s)

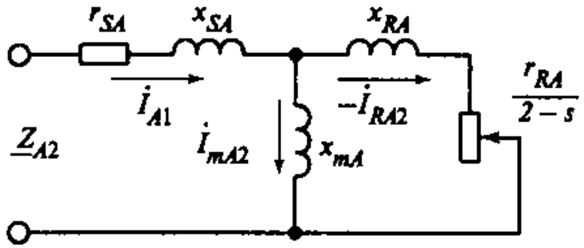


Схемы замещения асинхронных машин

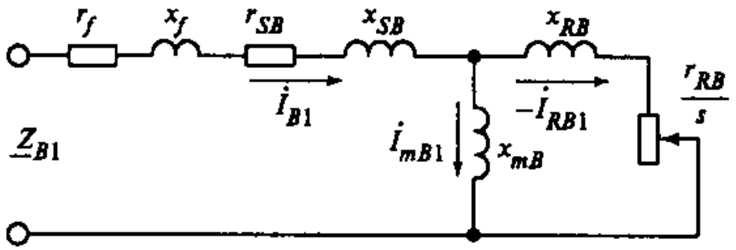
» Схема замещения сопротивления фазы A токам прямой последовательности Z_{A1}



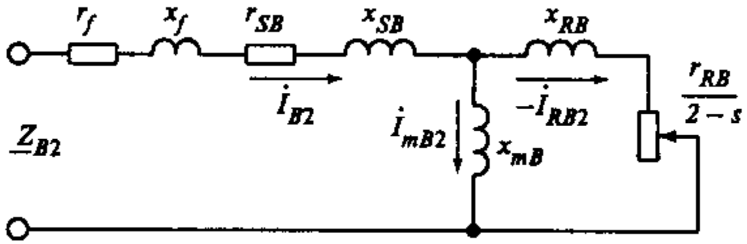
» Схема замещения сопротивления фазы A токам обратной последовательности Z_{A2}



» Схема замещения сопротивления фазы B токам прямой последовательности Z_{B1}



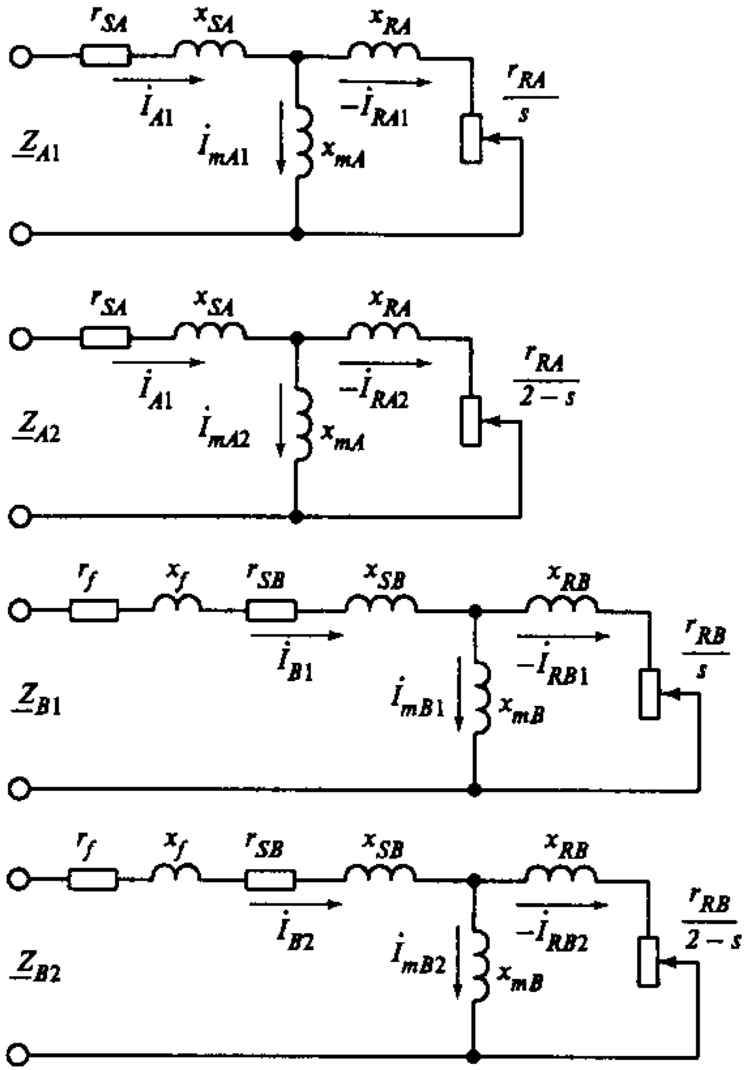
» Схема замещения сопротивления фазы B токам обратной последовательности Z_{B2}



Схемы замещения асинхронных машин

Здесь

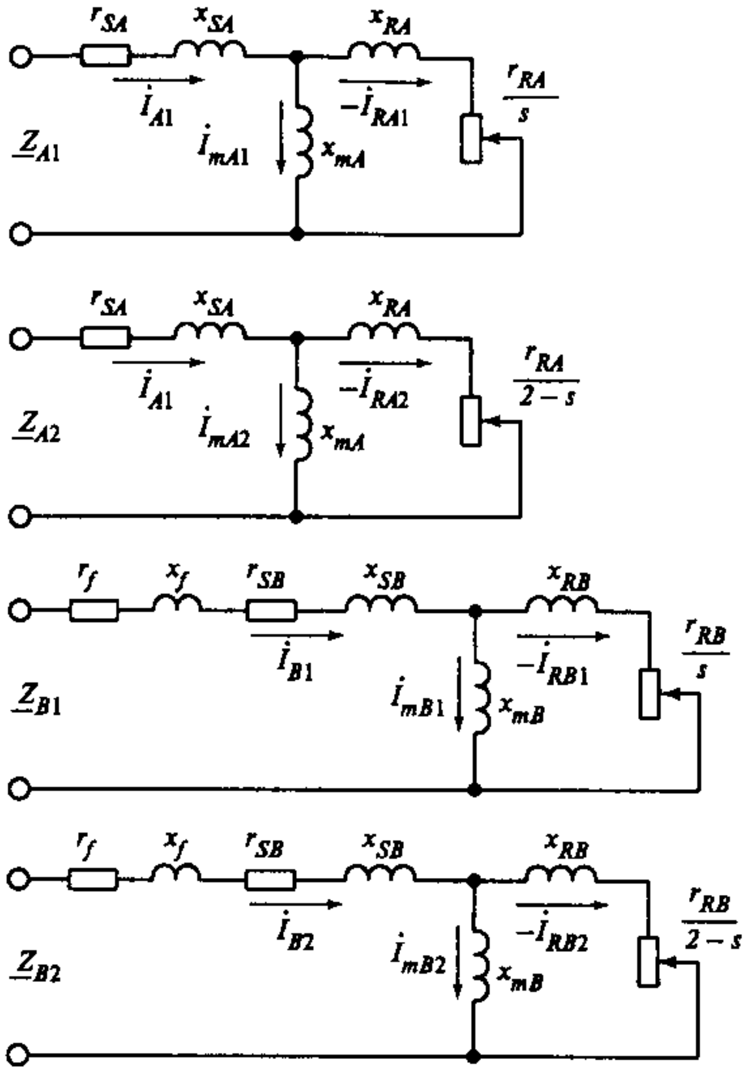
- » r_{SA}, r_{SB} – активные сопротивления фаз A и B статора
- » x_{SA}, x_{SB} – индуктивные сопротивления рассеяния фаз A и B статора (определяются потоками рассеяния фаз статора)
- » r_f, x_f – активное и реактивное сопротивления фазосдвигающего элемента
- » x_{mA} – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы A (определяется основным потоком)
- » x_{mB} – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы B (определяется основным потоком)
- » r_{RA} – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы A
- » r_{RB} – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы B
- » x_{RA} – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы A
- » x_{RB} – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы B



Схемы замещения асинхронных машин

Упрощение:
Ветви намагничивания содержат только индуктивные сопротивления – отсутствуют активные сопротивления, моделирующие потери в стали

- Потери в стали в микромашинах незначительны
- Учет потерь в стали нужен при расчете КПД
- Потери в стали в микромашинах учитывают другим способом



Преобразование схем замещения

асинхронных микродвигателей

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы B через параметры фазы A позволяет уменьшить число схем замещения $\to$ уменьшить число уравнений $\to$ упростить расчеты

Первый случай

Фазы A и B занимают одинаковое число пазов ($N_{ZA} = N_{ZB}$), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{зA} = k_{зB}$), обмоточные коэффициенты ($k_{оA} = k_{оB}$) и равные средние длины витков ($l_{wA} = l_{wB}$), но разное число витков ($w_{фA} \neq w_{фB}$)

Воспользуемся отношением чисел витков $k = \dfrac{w_B}{w_A} = \dfrac{w_{фB} k_{оB}}{w_{фA} k_{оA}} = \dfrac{w_{фB}}{w_{фA}}$

Внимание! В разных учебниках разное определение $k \to$ разные формулы!

Индуктивное сопротивление обмотки $x = \omega L \sim 2\pi f\, w^2 \Lambda_м$

При одинаковых магнитных проводимостях по осям обмоток $\dfrac{x_{SB}}{x_{SA}} = \dfrac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$ т.е. $\underline{x_{SB} = k^2 x_{SA}}$ аналогично $\underline{x_{mB} = k^2 x_{mA}}$

Сопротивления обмотки ротора приведены к числу витков обмотки статора, т.е. пропорциональны w^2

Тогда $\dfrac{r_{RB}}{r_{RA}} = \dfrac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$ т.е. $\underline{r_{RB} = k^2 r_{RA}}$ аналогично $\underline{x_{RB} = k^2 x_{RA}}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы *B* через параметры фазы *A* позволяет уменьшить число схем замещения
$\rightarrow$ уменьшить число уравнений $\rightarrow$ упростить расчеты

Первый случай

Фазы A и B занимают одинаковое число пазов ($N_{ZA} = N_{ZB}$), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{зA} = k_{зB}$), обмоточные коэффициенты ($k_{оA} = k_{оB}$) и равные средние длины витков ($l_{wA} = l_{wB}$), но разное число витков ($w_{фA} \neq w_{фB}$)

Активные сопротивления обмоток статора:

Одинаковые пазы и $k_з \rightarrow$ одинаковые площади поперечного сечения меди обмоток

Тогда при разном $w_ф$ сечения проводников фаз обратно пропорциональны числу витков в фазе

$$\frac{q_A}{q_B} = \frac{w_{фB}}{w_{фA}} = k \qquad \text{т.е.} \quad q_B = \frac{q_A}{k}$$

При равенстве длин витков

$$r_{SB} = \frac{\rho l_{wB} w_{фB}}{q_B} = \frac{\rho l_{wA} w_{фA} k}{q_A / k} \qquad \text{т.е.} \quad r_{SB} = k^2 r_{SA}$$

Однако, ряд диаметров обмоточных проводов дискретен

$$\frac{q_A}{q_B} = t \neq k$$

Тогда $\underline{r_{SB} = k\, t\, r_{SA}}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы *B* через параметры фазы *A* позволяет уменьшить число схем замещения
$\rightarrow$ уменьшить число уравнений $\rightarrow$ упростить расчеты

Второй случай

Фазы A и B занимают разное число пазов ($N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{зA} = k_{зB}$), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ($Q_{пA} = Q_{пB}$)

При разном числе витков общая площадь поперечного сечения проводников каждой фазы

$$Q_A = q_A w_{фA} = q_A \frac{w_A}{k_{оA}} = Q_{пA} N_{ZA} \qquad Q_B = q_B w_{фB} = q_B \frac{w_B}{k_{оB}} = Q_{пB} N_{ZB}$$

Площади поперечного сечения проводников фаз

$$q_A = \frac{Q_{пA} N_{ZA}}{w_A / k_{оA}} \qquad q_B = \frac{Q_{пB} N_{ZB}}{w_B / k_{оB}}$$

С учетом $N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$ запишем $q_B = \dfrac{q_A k_{оB}}{k_{оA} a\, k}$ Число реальных витков в фазе выразим как $w_{фB} = \dfrac{k w_{фA} k_{оA}}{k_{оB}}$

Тогда активное сопротивление фазы статора $r_{SB} = \dfrac{\rho l_{wB} w_{фB}}{q_B} = \dfrac{\rho l_{wA} w_{фA}}{q_A} a k^2 \left(\dfrac{k_{оA}}{k_{оB}}\right)^2$ т.е. $r_{SB} = a k^2 \left(\dfrac{k_{оA}}{k_{оB}}\right)^2 r_{SA}$

С учетом дискретности ряда диаметров обмоточных проводов $\dfrac{q_A}{q_B} = t \neq k$ запишем $\underline{r_{SB} = a\, k\, t \left(\dfrac{k_{оA}}{k_{оB}}\right)^2 r_{SA}}$

Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы *B* через параметры фазы *A* позволяет уменьшить число схем замещения $\rightarrow$ уменьшить число уравнений $\rightarrow$ упростить расчеты

Второй случай

Фазы A и B занимают разное число пазов ($N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ($k_{зA} = k_{зB}$), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ($Q_{пA} = Q_{пB}$)

Индуктивное сопротивление рассеяния статора:

пропорционально w^2 и обратно пропорционально числу пазов на полюс и фазу *q* (т.е. N_Z)

$$\frac{x_{SB}}{x_{SA}} = \left(\frac{w_{фB}}{w_{фA}}\right)^2 \frac{N_{ZA}}{N_{ZB}} = a\left(\frac{w_B k_{оA}}{w_A k_{оB}}\right)^2 = a\,k^2\left(\frac{k_{оA}}{k_{оB}}\right)^2$$

т.е.

$$x_{SB} = ak^2\left(\frac{k_{оA}}{k_{оB}}\right)^2 x_{SA}$$

Сопротивления фаз ротора (приведенные к числам витков фаз статора) не меняются

$$r_{RB} = k^2 r_{RA}$$

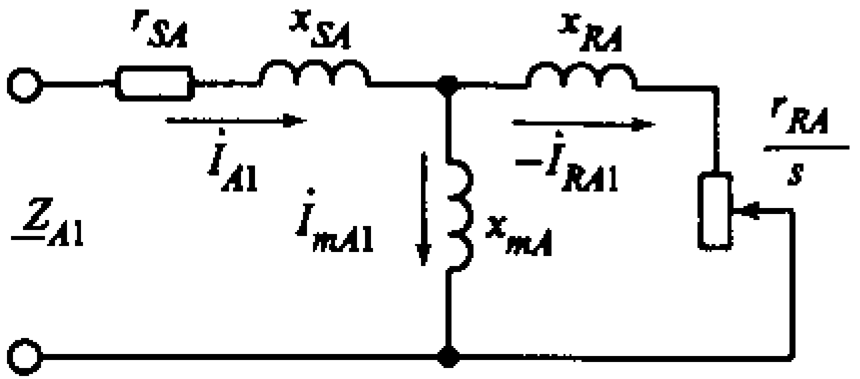
$$x_{RB} = k^2 x_{RA}$$

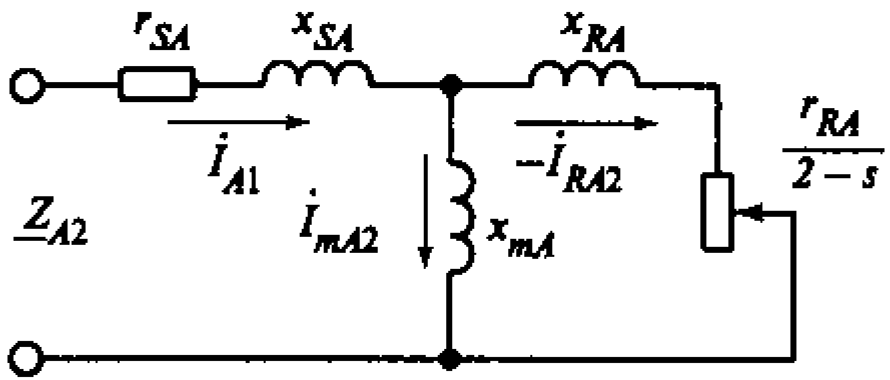
$$x_{mB} = k^2 x_{mA}$$

Если фазы расположены в разных пазах (по форме / по размерам), то приведение невозможно, надо учитывать сопротивления всех фаз в явном виде

Преобразование схем замещения

Для упрощения расчетов два параллельных сопротивления ветви намагничивания и обмотки ротора заменяют одним *сопротивлением разветвления*

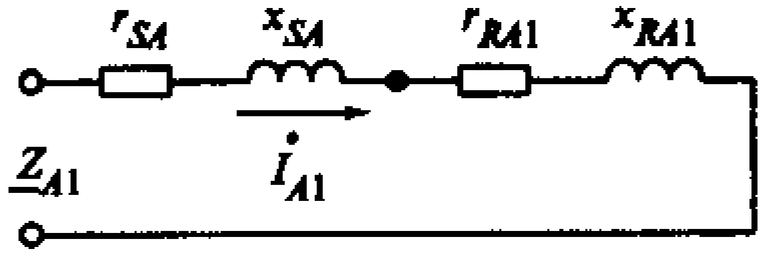




Для обратной последовательности выражения аналогичны, но вместо s надо использовать $(2\text{-}s)$

Полное сопротивление разветвления фазы A для токов прямой последовательности

$$Z_{RA1} = \frac{jx_{mA}\left(\frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA}\right)}{jx_{mA} + \left(\frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA}\right)}$$



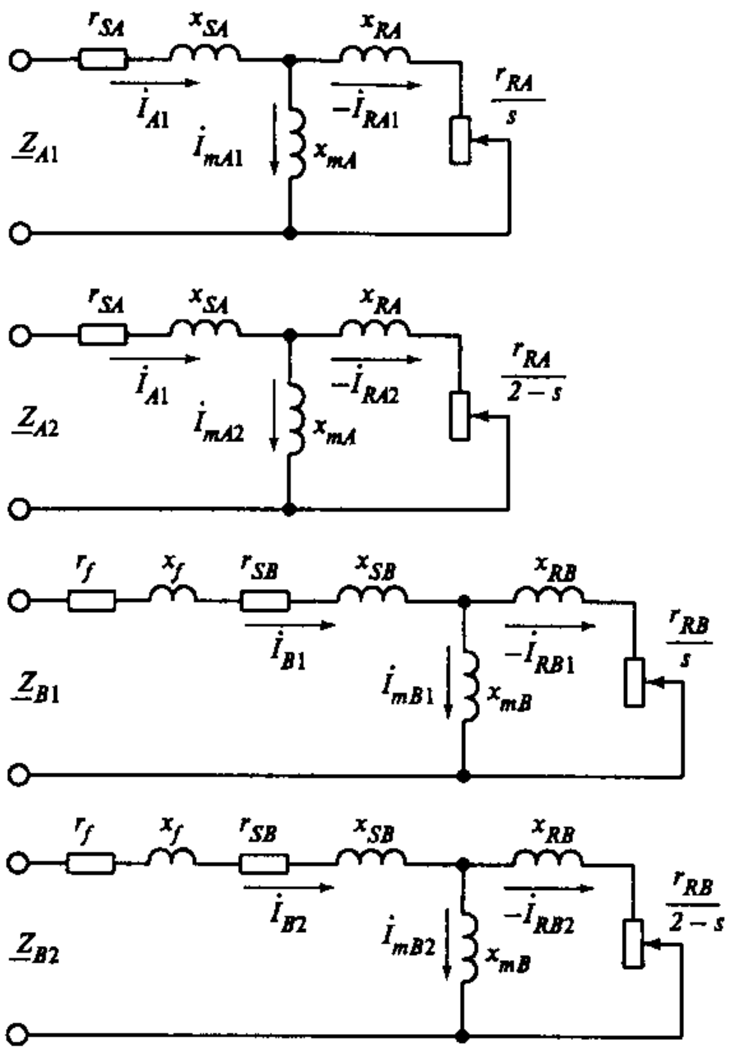
Его активная и реактивная составляющие

$$r_{RA1} = \frac{s x_{mA}^2 r_{RA}}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

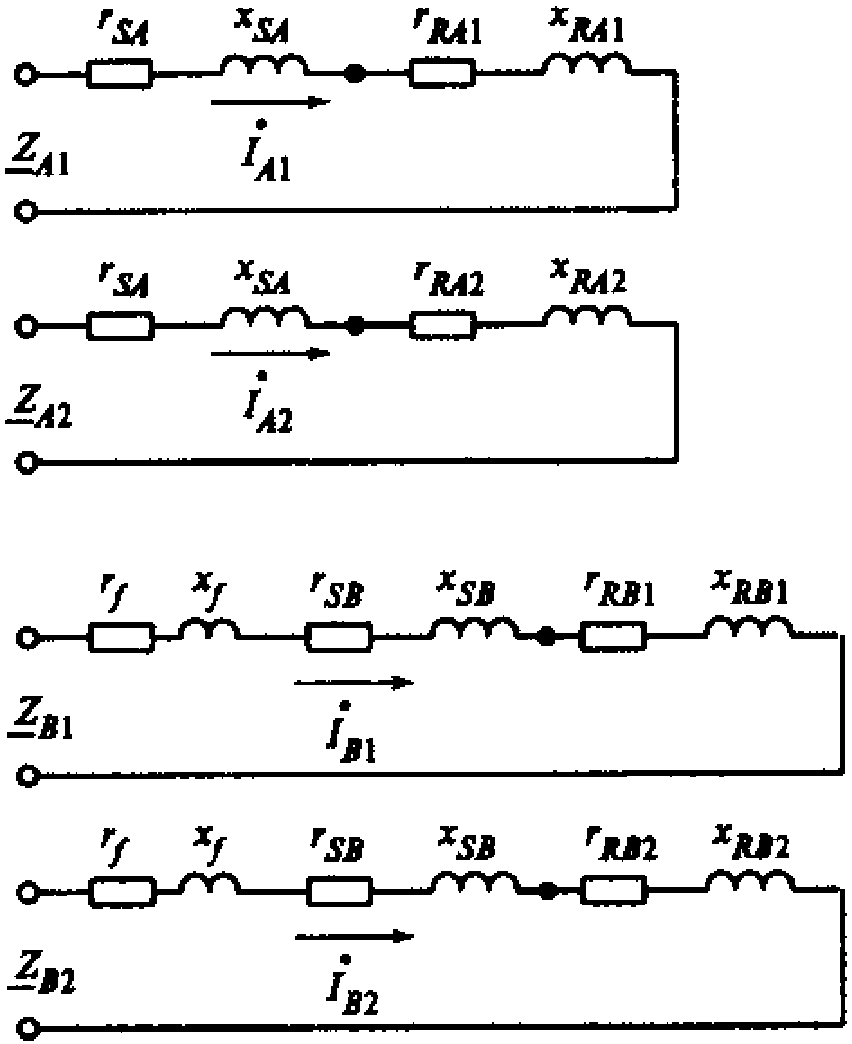
$$x_{RA1} = \frac{x_{mA} r_{RA}^2 + s^2 x_{mA} x_{RA} (x_{mA} + x_{RA})}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

Сопротивления разветвления непостоянны, т.к. зависят от s! (т.е. от режима работы / нагрузки)

Преобразование схем замещения

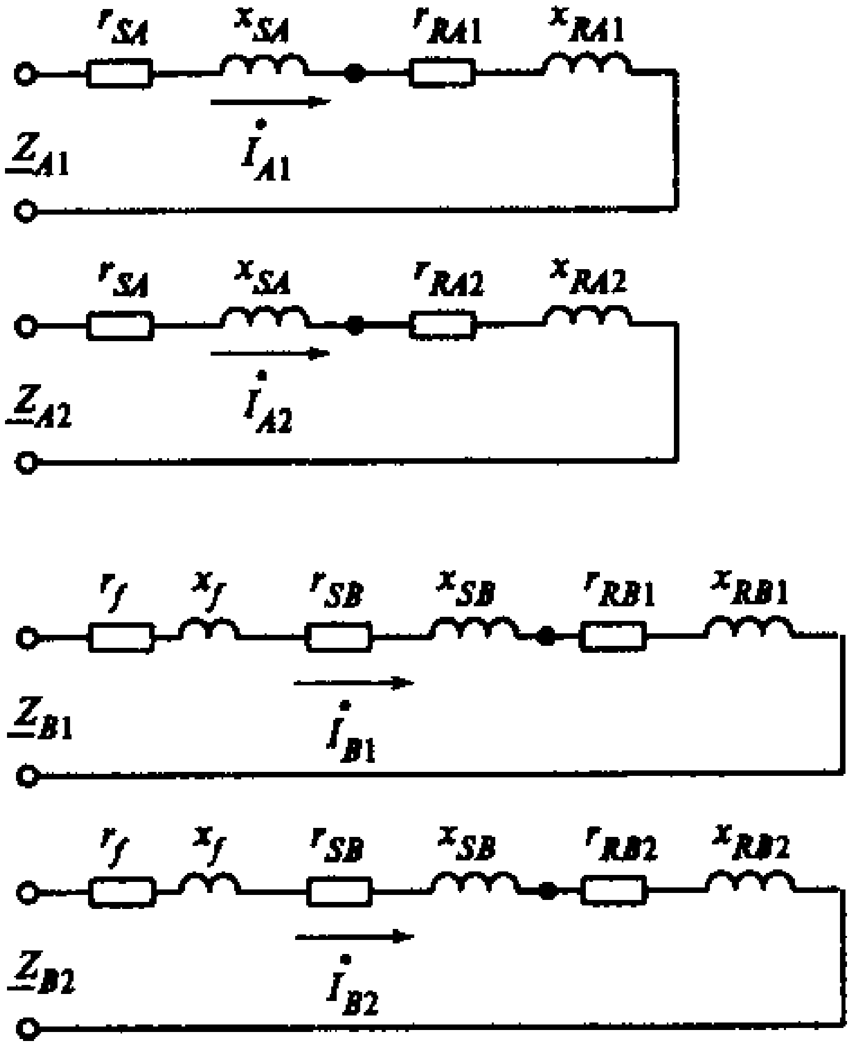


Использование *сопротивления разветвления*



Преобразование схем замещения

Использование *сопротивления разветвления*



$$Z_{A1} = (r_{SA} + r_{RA1}) + j(x_{SA} + x_{RA1})$$

$$Z_{A2} = (r_{SA} + r_{RA2}) + j(x_{SA} + x_{RA2})$$

$$Z_{B1} = (r_f + r_{SB} + r_{RB1}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB1})$$

$$Z_{B2} = (r_f + r_{SB} + r_{RB2}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB2})$$

Знак x_f определяется характером фазосдвигающего элемента:

«$+x_f$» для индуктивного
«$-x_f$» для ёмкостного

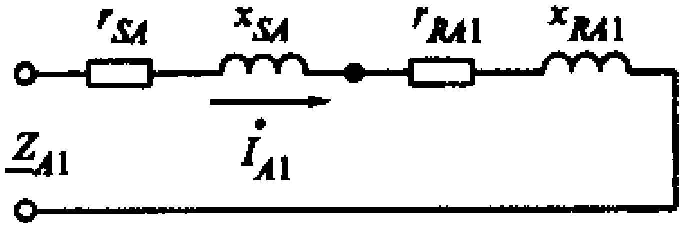
Преобразование схем замещения

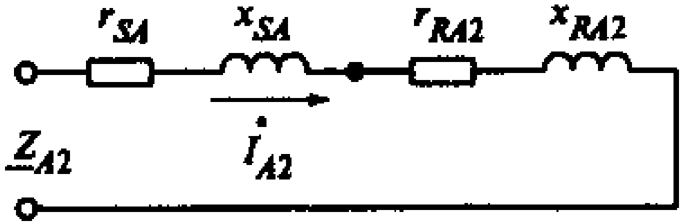
Обычно удается выразить параметры фазы B
через параметры фазы A

Например, для первого случая, когда $N_{ZA} = N_{ZB}$, $k_{oA} = k_{oB}$ и $t = k$

$$Z_{B1} = (r_f + k^2 r_{A1}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A1}) = Z_f + k^2 Z_{A1}$$

$$Z_{B2} = (r_f + k^2 r_{A2}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A2}) = Z_f + k^2 Z_{A2}$$

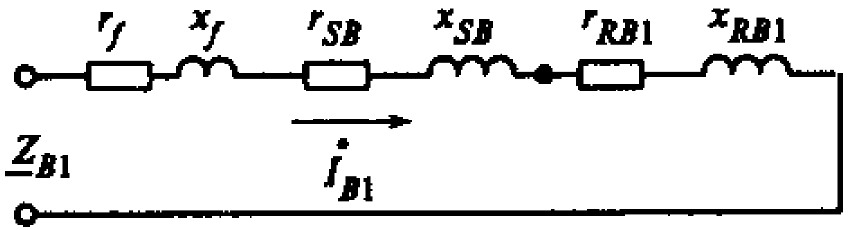


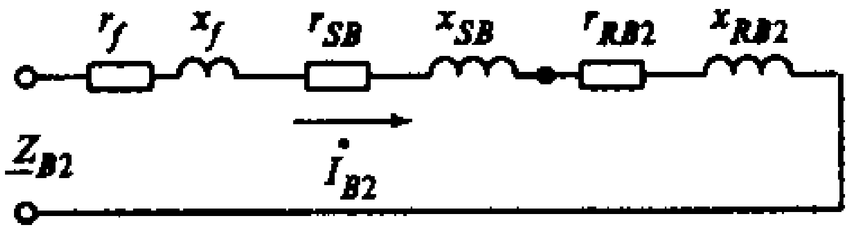


Если же $N_{ZA} \neq N_{ZB}$ и $t \neq k$

$$Z_{B1} = \left[r_f + a\,k\,t \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA1} \right] + j \left[\pm x_f + a\,k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA1} \right]$$

$$Z_{B2} = \left[r_f + a\,k\,t \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA2} \right] + j \left[\pm x_f + a\,k^2 \left(\frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA2} \right]$$





Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Для этого параметры фазы B должны быть приведены к числу витков фазы A

$$r'_{SB} = \frac{r_{SB}}{k^2} \qquad x'_{SB} = \frac{x_{SB}}{k^2} \qquad Z'_f = \frac{Z_f}{k^2}$$

$$x'_{mB} = \frac{x_{mB}}{k^2} \qquad x'_{RB} = \frac{x_{RB}}{k^2} \qquad r'_{RB} = \frac{r_{RB}}{k^2}$$

Здесь сопротивления ветвей разветвления фазы B равны соответствующим параметрам фазы A

$$Z'_{RB} = Z_{RA}: \quad r'_{RB} = r_{RA} \quad x'_{RB} = x_{RA} \quad x'_{mB} = x_{mA}$$

различаются только сопротивления обмотки статора $Z'_{SB} \neq Z_{SA}$

В приведенной машине не только токи,

но и напряжения образуют симметричные системы векторов

$$\dot{I}'_{B1} = k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \qquad \dot{I}'_{B2} = k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$

$$\dot{U}'_{B1} = \frac{\dot{U}_{B1}}{k} = j\dot{U}_{A1} \qquad \dot{U}'_{B2} = \frac{\dot{U}_{B2}}{k} = -j\dot{U}_{A2}$$

Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Полные сопротивления фаз для токов прямой и обратной последовательности

$$Z_{A1} = Z_{SA} + Z_{RA1} \qquad Z_{A2} = Z_{SA} + Z_{RA2}$$

$$Z_{B1} = Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA1} \qquad Z_{B2} = Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA2}$$

Уравнения равновесия напряжений фаз

$$\begin{cases} \dot U_A = \dot U_{A1} + \dot U_{A2} \\ \dot U'_B = \dot U'_{B1} + \dot U'_{B2} \end{cases}$$

произведем замену

$$\dot U_{A1} + \dot U_{A2} = \dot I_{A1} Z_{A1} + \dot I_{A2} Z_{A2}$$

$$\dot U'_{B1} + \dot U'_{B2} = \dot I'_{B1} Z'_{B1} + \dot I'_{B2} Z'_{B2} = j\dot I_{A1} Z'_{B1} - j\dot I_{A2} Z'_{B2}$$

$$\dot U'_{B1} + \dot U'_{B2} = j\dot U_{A1} - j\dot U_{A2}$$

Перепишем уравнения

$$\begin{cases} \dot U_{A1} + \dot U_{A2} = \dot I_{A1} Z_{A1} + \dot I_{A2} Z_{A2} \\ \dot U_{A1} - \dot U_{A2} = \dot I_{A1} Z'_{B1} - \dot I_{A2} Z'_{B2} \end{cases}$$

Выразим составляющие напряжения

$$\begin{cases} \dot U_{A1} = 0,5\dot I_{A1}(Z_{A1} + Z'_{B1}) + 0,5\dot I_{A2}(Z_{A2} - Z'_{B2}) \\ \dot U_{A2} = 0,5\dot I_{A1}(Z_{A1} - Z'_{B1}) + 0,5\dot I_{A2}(Z_{A2} + Z'_{B2}) \end{cases}$$

Подставим сопротивления фазы B

$$\begin{cases} \dot U_{A1} = \dot I_{A1} Z_{SA} + \dot I_{A1} Z_{RA1} + 0,5(\dot I_{A1} - \dot I_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \\ \dot U_{A2} = \dot I_{A2} Z_{SA} + \dot I_{A2} Z_{RA2} - 0,5(\dot I_{A1} - \dot I_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \end{cases}$$

Выделим общее сопротивление

$$0,5(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) = 0,5\left(\frac{Z_f + Z_{SB}}{k^2} - Z_{SA}\right)$$

Обозначим его Z_U

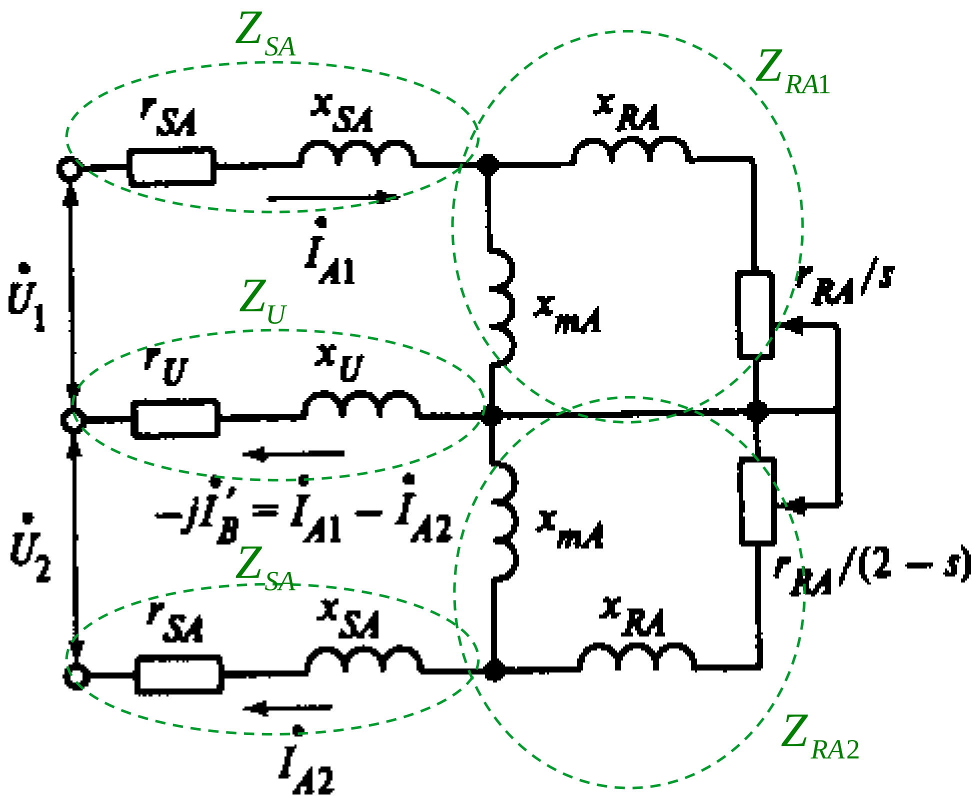
Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

С учетом общего Z_U можно уравнения записать в виде

$$\begin{cases} \dot U_{A1} = \dot I_{A1}(Z_{SA} + Z_{RA1} + Z_U) - \dot I_{A2} Z_U \\ \dot U_{A2} = \dot I_{A2}(Z_{SA} + Z_{RA2} + Z_U) - \dot I_{A1} Z_U \end{cases}$$

Такой системе уравнений соответствует схема замещения



В ней $\quad \dot U_1 = \dfrac{\dot U_A - j\dot U'_B}{2} \qquad \dot U_2 = \dfrac{\dot U_A + j\dot U'_B}{2}$

Из совмещенной схемы замещения легко найти токи

$$\dot I_{A1} = \frac{\dot U_1(Z_{A2} + Z_U) + \dot U_2 Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

$$\dot I_{A2} = \frac{\dot U_2(Z_{A1} + Z_U) + \dot U_1 Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

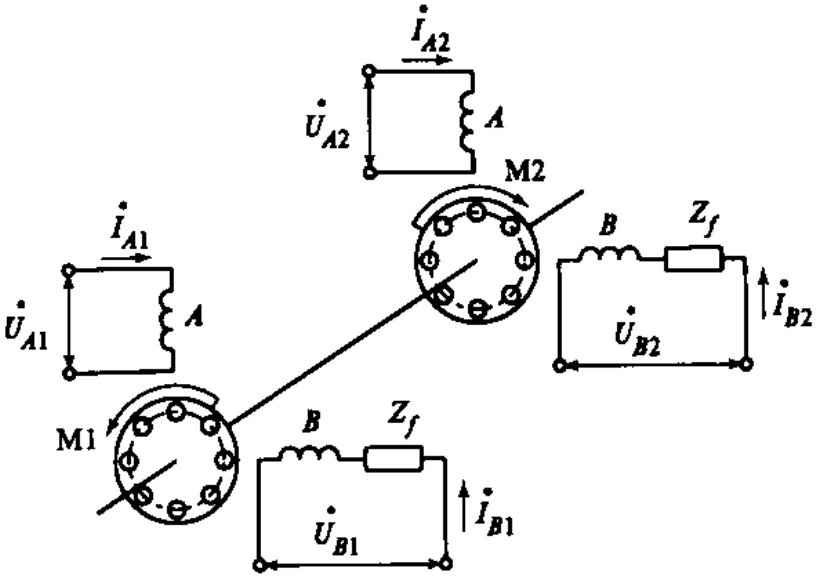
Совмещенная схема используется при математическом моделировании установившихся режимов работы несимметричных асинхронных машин

Электромагнитная мощность и момент

несимметричного АД

Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Двухфазная несимметричная асинхронная машина при n от 0 до n_c
находится в режиме двигателя относительно прямовращающегося поля (s от 0 до 1)
и в режиме тормоза относительно обратновращающегося поля (s_2 от 1 до 2)



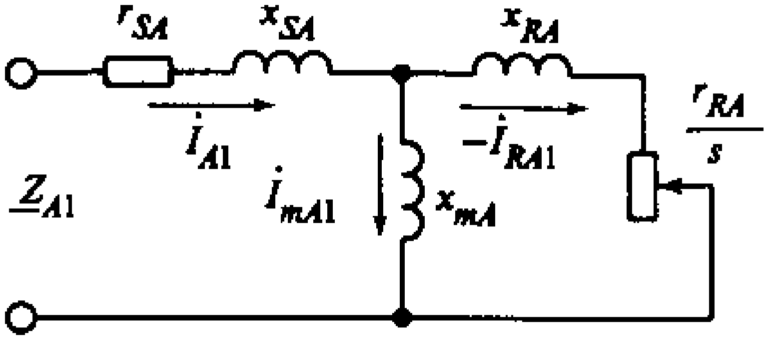
Как прямая, так и обратная последовательности по-отдельности образуют круговые вращающиеся поля, при которых процессы описываются традиционными уравнениями АД

В АД электромагнитные мощности
прямой последовательности $P_{ЭМ1}$
и обратной последовательности $P_{ЭМ2}$
поступают от статора к ротору

Полная электромагнитная мощность $P_{ЭМ} = P_{ЭМ1} + P_{ЭМ2}$

Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Согласно схеме замещения электромагнитная мощность может быть выражена через электрические потери в эквивалентном активном сопротивлении ротора



При круговом поле обе фазы статора одинаково участвуют в передаче электромагнитной мощности к ротору

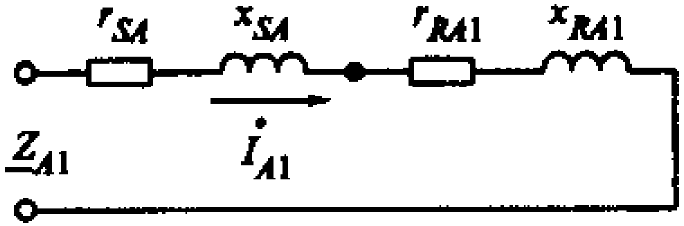
$$P_{ЭМ1} = P_{ЭМ\,A1} + P_{ЭМ\,B1} = I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s} + I_{RB1}^2 \frac{r_{RB}}{s}$$

$$P_{ЭМ2} = P_{ЭМ\,A2} + P_{ЭМ\,B2} = I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s} + I_{RB2}^2 \frac{r_{RB}}{2-s}$$

Если выразить параметры фазы B $\quad r_{RB} = k^2 r_{RA} \quad$ и учесть $\quad I_{RB1} = \frac{I_{RA1}}{k} \quad I_{RB2} = \frac{I_{RA2}}{k}$

можно записать электромагнитные мощности как $\quad P_{ЭМ1} = 2I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s} \quad P_{ЭМ2} = 2I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s}$
(через токи роторной ветви)

В преобразованных схемах замещения можно выразить $P_{ЭМ}$ через статорные токи и сопротивления разветвления



$$P_{ЭМ1} = 2I_{A1}^2 r_{RA1} \qquad P_{ЭМ2} = 2I_{A2}^2 r_{RA2}$$

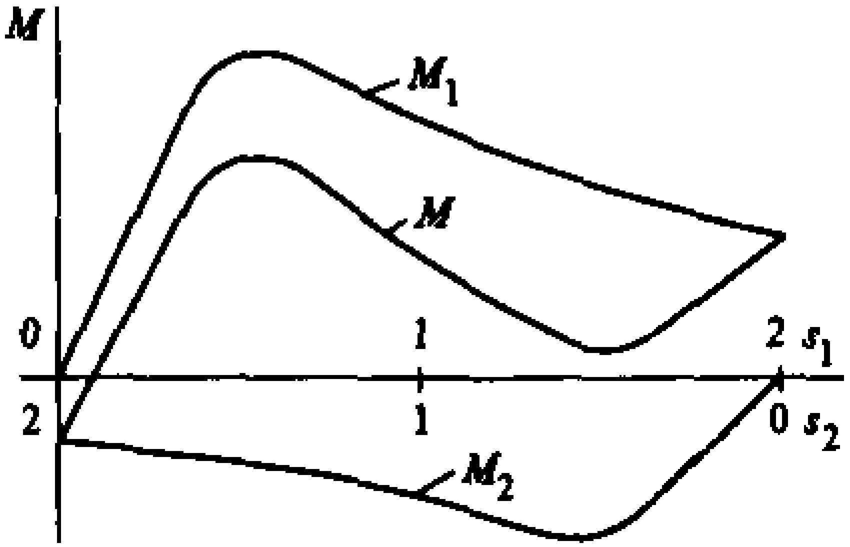
Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Электромагнитный вращающий момент $M = \dfrac{P_{\text{ЭМ}}}{\Omega_{\text{c}}}$

При эллиптическом поле электромагнитный момент $M = \dfrac{P_{\text{ЭМ}1}}{\Omega_{\text{c}}} + \dfrac{P_{\text{ЭМ}2}}{-\Omega_{\text{c}}} = M_1 + M_2$

или $M = \dfrac{2I_{A1}^2 r_{RA1}}{\Omega_{\text{c}}} - \dfrac{2I_{A2}^2 r_{RA2}}{\Omega_{\text{c}}}$

Механическая характеристика несимметричного АД
при эллиптическом поле
также может быть представлена
в виде суммы двух характеристик $M_1(s)$ и $M_2(s)$



Такой «механистический» подход не учитывает
взаимного влияния полей
(ослабления токов обратной последовательности
полем прямой последовательности)
Но лишь слегка занижает результирующий момент

Потери мощности и энергетическая диаграмма

несимметричного АД

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

зависят от свойств материала (удельные потери), индукции и частоты перемагничивания

$$P_{\text{с}} \sim B^2 f^{1,3}$$

ЭДС, наводимые прямо- и обратновращающимися полями, пропорциональны соответствующим индукциям

Поэтому соотношение потерь в стали определяется соотношением

$$\frac{P_{\text{с}S1}}{P_{\text{с}S2}} = \frac{P_{\text{с}R1}}{P_{\text{с}R2}} = \frac{E_{A1}^2}{E_{A2}^2}$$

При неподвижном роторе (КЗ, $s = 1$) оба поля вращаются с одинаковыми скоростями относительно статора и ротора

Найденные экспериментально потери в стали при КЗ можно разделить между составляющими

$$P_{\text{с}S\,\text{к}} = P_{\text{с}S1\text{к}} + P_{\text{с}S2\text{к}}$$

$$P_{\text{с}R\text{к}} = P_{\text{с}R1\text{к}} + P_{\text{с}R2\text{к}}$$

$$\frac{P_{\text{с}S1\text{к}}}{P_{\text{с}S2\text{к}}} = \frac{P_{\text{с}R1\text{к}}}{P_{\text{с}R2\text{к}}} = \frac{E_{A1\text{к}}^2}{E_{A2\text{к}}^2} = \frac{I_{A1\text{к}}^2}{I_{A2\text{к}}^2} = k_{i\text{к}}$$

$$P_{\text{с}S1\text{к}} = \frac{P_{\text{с}S\,\text{к}} k_{i\text{к}}}{1 + k_{i\text{к}}} \qquad P_{\text{с}S2\text{к}} = \frac{P_{\text{с}S\,\text{к}}}{1 + k_{i\text{к}}}$$

$$P_{\text{с}R1\text{к}} = \frac{P_{\text{с}R\text{к}} k_{i\text{к}}}{1 + k_{i\text{к}}} \qquad P_{\text{с}R2\text{к}} = \frac{P_{\text{с}R\text{к}}}{1 + k_{i\text{к}}}$$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

При вращении ротора частота перемагничивания стали статора полями прямой и обратной последовательности одинакова, а частоты перемагничивания стали ротора пропорциональны s и $(2\text{-}s)$ соответственно

Потери в стали статора при любой скорости ротора

$$P_{\text{c}S1} = P_{\text{c}S1\text{к}} \frac{E_{A1}^2}{E_{A1\text{к}}^2} = P_{\text{c}S\text{к}} \frac{k_{e1}^2 k_{i\text{к}}}{1+k_{i\text{к}}}$$

$$P_{\text{c}S2} = P_{\text{c}S2\text{к}} \frac{E_{A2}^2}{E_{A2\text{к}}^2} = P_{\text{c}S\text{к}} \frac{k_{e2}^2}{1+k_{i\text{к}}}$$

Потери в стали ротора зависят от s

$$P_{\text{c}R1} = P_{\text{c}R\text{к}} \frac{k_{e1}^2 k_{i\text{к}} s^{1,3}}{1+k_{i\text{к}}}$$

$$P_{\text{c}R2} = P_{\text{c}R\text{к}} \frac{k_{e2}^2 (2-s)^{1,3}}{1+k_{i\text{к}}}$$

Здесь ЭДС находят по схеме замещения

$$E_{A1} = I_{A1} Z_{RA1}$$

$$E_{A2} = I_{A2} Z_{RA2}$$

и используют их относительные значения (относительно ЭДС при КЗ)

$$k_{e1} = \frac{E_{A1}}{E_{A1\text{к}}}$$

$$k_{e2} = \frac{E_{A2}}{E_{A2\text{к}}}$$

При малых s можно пренебречь $P_{\text{c}R1}$, но не $P_{\text{c}R2}$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Потери в стали

Для учета потерь в стали традиционно вводят активное сопротивление r_m в ветвь намагничивания схемы замещения (это усложняет расчеты)

В микромашинах потери в стали малы
Их учитывают только при оценке энергетических показателей η и $\cos\varphi$

Для этого рассчитывают дополнительный активный ток, потребляемый двигателем для покрытия потерь в стали (предположим, что потери покрываются поровну двумя фазами)

$$I_{A1c} = \frac{P_{cS1} + P_{cR1}}{2E_{A1}} \qquad I_{B1c} = \frac{I_{A1c}}{k}$$

$$I_{A2c} = \frac{P_{cS2} + P_{cR2}}{2E_{A2}} \qquad I_{B2c} = \frac{I_{A2c}}{k}$$

Дополнительные токи добавляют к токам, найденным по схеме замещения

$$I_{SA1} = I_{A1} + I_{A1c}$$

$$I_{SA2} = I_{A2} + I_{A2c}$$

$$I_{SB1} = I_{B1} + I_{B1c}$$

$$I_{SB2} = I_{B2} + I_{B2c}$$

Токи I_{SA1}, I_{SA2}, I_{SB1}, I_{SB2} используют для расчета потерь в обмотках статора и в Z_f (при расчете η) и для расчета $\cos\varphi$

Погрешность такого подхода:

- E_{A1} и E_{A2} определяются по схемам замещения, которые не учитывают потери в стали
- добавочные токи оказываются заниженными
- погрешность составляет 2-3%

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Электрические потери

Потери в обмотках статора $P_{эS} = P_{эSA} + P_{эSB} = I_{SA}^2 r_{SA} + I_{SB}^2 r_{SB}$

Потери в фазосдвигающем элементе $P_f = I_{SB}^2 r_f$

Потери в обмотке ротора

» учтем все составляющие тока ротора $P_{эR} = P_{эR1} + P_{эR2} = I_{RA1}^2 r_{RA} + I_{RB1}^2 r_{RB} + I_{RA2}^2 r_{RA} + I_{RB2}^2 r_{RB}$

» если удается выразить параметры фазы B, через параметры фазы A $P_{эR} = P_{эR1} + P_{эR2} = 2I_{RA1}^2 r_{RA} + 2I_{RA2}^2 r_{RA}$

» если выразить потери в роторе через электромагнитные мощности $P_{эR} = P_{ЭМ1}\, s + P_{ЭМ2}(2-s)$

» можно выразить потери в роторе через токи статора и сопротивления разветвления $P_{эR} = 2I_{A1}^2 r_{RA1}\, s + 2I_{A2}^2 r_{RA2}(2-s)$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Особенность несимметричной машины

Электрические потери в роторе:

- от прямой последовательности $P_{эR1}$ – малая доля $P_{ЭМ1}$ при малых s $\qquad P_{эR1} = P_{ЭМ1}\, s$
- от обратной последовательности $P_{эR2}$ – превышает всю $P_{ЭМ2}$ $\qquad P_{эR2} = P_{ЭМ2}(2-s)$

Относительно обратной последовательности ротор находится в тормозном режиме

В режиме ЭМ тормоза АД превращает в тепло в роторе
электрическую энергию статора ($P_{ЭМ2}$)
и механическую энергию ротора
(часть $P_{ЭМ1}$, создающей вращающий момент)

Часть $P_{ЭМ1}$, которая тратится на покрытие потерь $P_{эR2}$ от обратной последовательности (недостающая часть $P_{эR2}$)

$$\Delta P_{эR2} = P_{эR2} - P_{ЭМ2} = 2I_{A2}^2 r_{RA2}(2-s) - 2I_{A2}^2 r_{RA2} = 2I_{A2}^2 r_{RA2}(1-s)$$

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Энергетическая диаграмма

Активная мощность, потребляемая из сети $P_{SA} = U_A I_{SA} \cos\varphi_A \quad P_{SB} = U_B I_{SB} \cos\varphi_B$

где коэффициент мощности $\cos\varphi_A = I_{SAa} / I_{SA} \quad \cos\varphi_B = I_{SBa} / I_{BA}$

Полная механическая мощность двухфазного несимметричного двигателя

$$P'_R = P_{ЭМ1} - P_{эR1} - \Delta P_{эR2}$$
$$= 2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A1}^2 r_{RA1}\, s - 2I_{A2}^2 r_{RA2}(1-s) = \left(2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A2}^2 r_{RA2}\right)\cdot(1-s)$$

Полезная мощность на валу (с учетом механических потерь: трение в подшипниках, вентиляционные потери)

$$P_R = P'_R - P_{мех}$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} = \frac{P_R}{P_{SA} + P_{SB}}$$

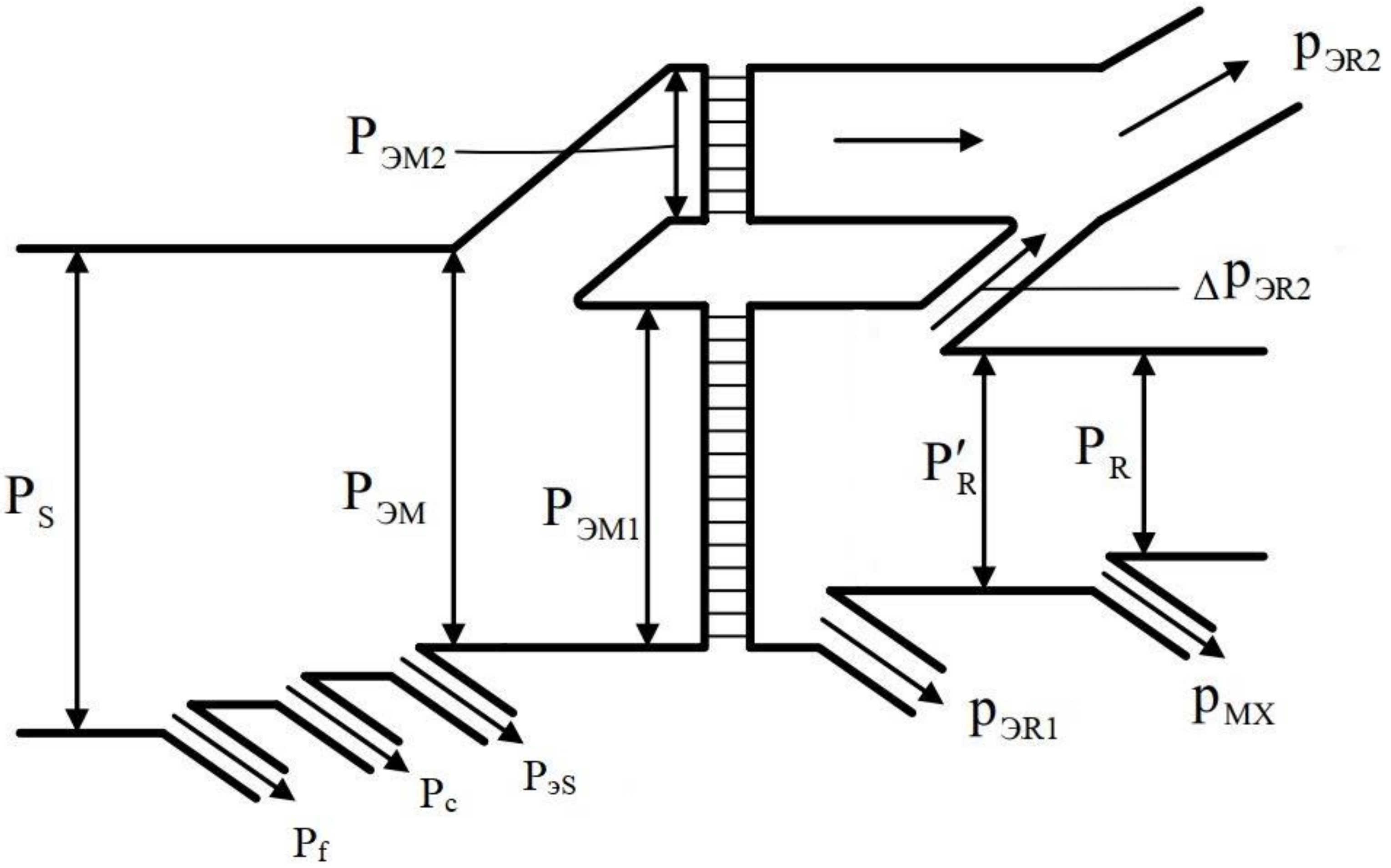
Обычно не учитываются добавочные потери

- от вытеснения тока
- пульсационные
- от перемагничивания стали потоками рассеяния

Все они не более 0,5% от P_S, что для микромашин очень мало

Потери мощности и энергетическая диаграмма

Энергетическая диаграмма



Далее

Асинхронные микродвигатели общего назначения

Ширинский С.В.

каф. ЭМЭЭА, НИУ «МЭИ»

ShirinskiiSV@mpei.ru

elmech.mpei.ac.ru/EMAU/

(srv0-5.mpei.ac.ru/EMAU/)